2.Schulaufgabe im Fach Mathematik am 09.05.2019

Klasse: F11/____ (B-Phase)

Name: _____

Es sind keine Hilfsmittel zugelassen! ***Arbeitszeit: 55 Min.***

Analysis (20 BE)

1. Gegeben ist Funktion $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)(x-1)^2$ mit $D_f = \mathbb{R}$. Der Graph wird mit G_f bezeichnet.

1.1 Berechnen Sie die x-Koordinaten und die Art der Extrempunkte der Funktion f. (6 BE)

1.2 Bestimmen Sie die Gleichung der Wendetangente t von G_f . (4 BE)

1.3 Entscheiden Sie - ohne weitere Rechnung - für jeden der folgenden Graphen, ob es sich um den Graphen von f handelt und begründen Sie jeweils ihre Entscheidung, z.B. anhand des Monotonieverhaltens. (4 BE)

Bild A

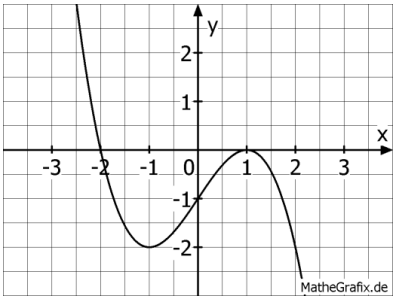


Bild B

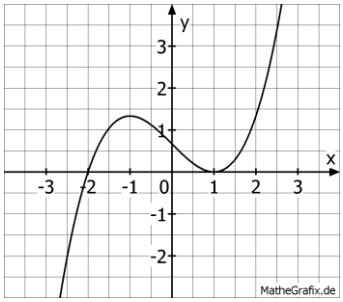
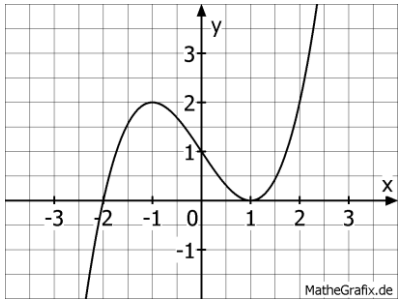
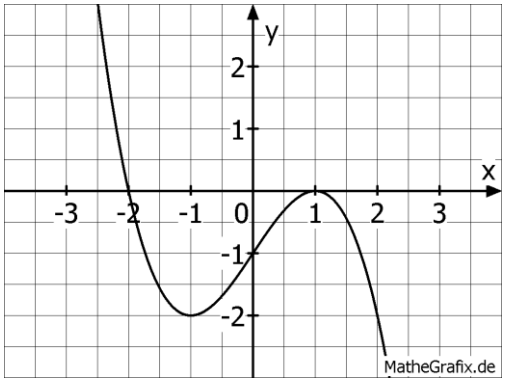


Bild C



2. Nebenstehende Abbildung zeigt den Graphen $G_{p'}$ der **ersten Ableitungsfunktion** einer ganzrationalen Funktion p vierten Grades. Alle im Folgenden zu entnehmenden Werte sind ganzzahlig.



2.1 Belegen oder widerlegen Sie folgende Aussagen über die Funktion p mit Hilfe der Abbildung von $G_{p'}$. (4 BE)

2.1.1 Der Graph der Funktion p verläuft vom 3. Quadranten in den 1. Quadranten.

2.1.2 Die Funktion p besitzt genau einen Wendepunkt.

2.1.3 Der Graph der Funktion p hat mindestens eine Nullstelle.

2.1.4 Die Funktion p besitzt bei $x = 1$ einen Hochpunkt.

2.2 Skizzieren Sie den Graphen der Funktion p so genau wie möglich in das obige Koordinatensystem. (2 BE)

Bitte wenden!

Stochastik (8 BE)

3. Die Münchner Polizei führte in letzter Zeit vermehrt nächtliche Kontrollen von Radfahrern durch. Dabei wurden 40 % der Radfahrer ohne Licht ($\bar{L}$) angetroffen. Im Schnitt waren von 25 Radfahrern ohne Licht 10 zudem alkoholisiert. Insgesamt lag die Quote der Radfahrer, die keinen Alkohol ($\bar{A}$) konsumiert hatten bei 0,68.

3.1 Erstellen Sie eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel mit Wahrscheinlichkeiten. (3 BE)

3.2 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse: (2 BE)

E_1: „Ein Radfahrer ohne Licht und ohne Alkohol im Blut wurde kontrolliert."

E_2: „Ein alkoholisierter Radfahrer hatte ein Licht."

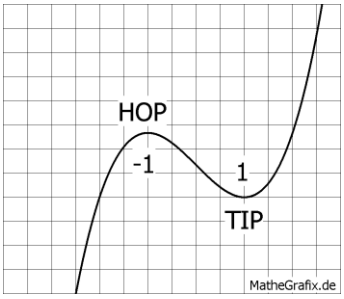
3.3 Untersuchen Sie die Ereignisse A: „Ein Radfahrer war alkoholisiert" und L: „Ein Radfahrer hatte ein Licht" auf stochastische Unabhängigkeit und interpretieren Sie Ihr Ergebnis im Sachzusammenhang. (3 BE)

VIEL ERFOLG!

Lösungsvorschlag:

1.1 $f(x)=\frac{1}{2}(x+2)(x^2-2x+1)=\frac{1}{2}(x^3-3x+2)=\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x+1$ √ √

$f'(x)=\frac{3}{2}x^2-\frac{3}{2}$, $\frac{3}{2}x^2-\frac{3}{2}=0$ √$\Leftrightarrow x^2=1\Leftrightarrow x_{1,2}=\pm 1$ √



$f''(x)=3x,$ √

$f''(1)=3>0\Rightarrow TIP$

$f''(-1)=-3<0\Rightarrow HOP$ √ **6**

1.2 $f''(x)=3x,\ 3x=0\Leftrightarrow x=0$ √

einfache NST von f'' ⇒ Vz-Wechsel⇒WEP √

$f(0)=1$, √ $m_t=f'(0)=-\frac{3}{2}\Rightarrow t(x)=-\frac{3}{2}x+1$ √ **4**

1.3 Bild A: Es handelt sich nicht um den Graphen von f, da der Verlauf nicht zum Grad und Öffnungsfaktor passt. √

Bild B: Es handelt sich nicht um den Graphen von f, da der Schnittpunkt mit der y-Achse nicht stimmt. √

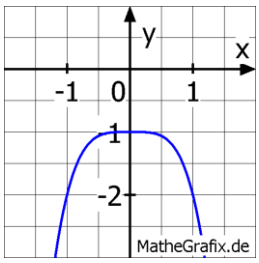
Bild C: Es handelt sich um den Graphen von f. Der Verlauf (Grad 3, positiver Öffnungsfaktor), Art und Position der Nullstellen und der Extremwerte stimmt sowie der Schnitttpunkt mit der y-Achse. √√ **4**

2.1.1 Da der Graph einer Funktion 4. Grades parabelförmig ist, verläuft er von III nach IV. √

2.1.2 Da $G_{p'}$ zwei Extremwerte besitzt, hat $p''(x)$ zwei einfache Nullstellen und damit besitzt G_p zwei Wendepunkte. √

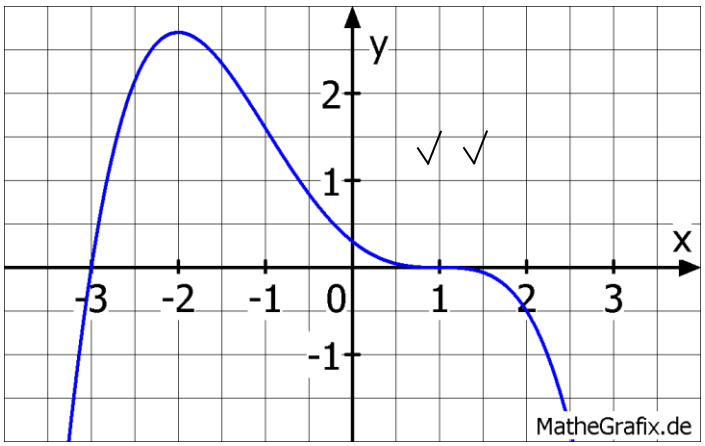
2.1.3 Da es sich um eine Funktion 4. Grades handelt, ist es auch möglich, dass es keine NST gibt. √

2.1.4 Da $G_{p'}$ bei $x=1$ eine doppelte NST hat, besitzt G_p dort einen TEP √



4

2.2



√ √

2

3.1

$P(A \cap \bar{L}) = \frac{10}{25} \cdot 0.4 = 0.4 \cdot 0.4 = 0.16$

√√√

	L	$\bar{L}$	
A	0.16	0.16	0.32
$\bar{A}$	0.44	0.24	0.68
	0.6	0.4	1

3

3.2

$$P(E_1) = P(\bar{A} \cap \bar{L}) = 0.24 \quad \surd$$

2

$$P(E_2) = \frac{P(A \cap \bar{L})}{P(A)} = \frac{0.16}{0.32} = 0.5 \quad \surd$$

3.3

$$P(A) \cdot P(L) = 0.32 \cdot 0.6 \overset{\surd}{=} 0.192 \neq 0.16 = P(L \cap A) \quad \surd$$

also: stoch.abh.

Interpretation: Ob der Radfahrer alkoholisiert ist, beeinflusst das Fahren mit bzw. ohne Licht. √ **3**