1. Schulaufgabe im Fach Mathematik – F11 A – 01.02.2019

Gesamt: 28 BE
Arbeitszeit: 55 min
Hilfsmittel: zugelassener Taschenrechner, Merkhilfe Mathematik

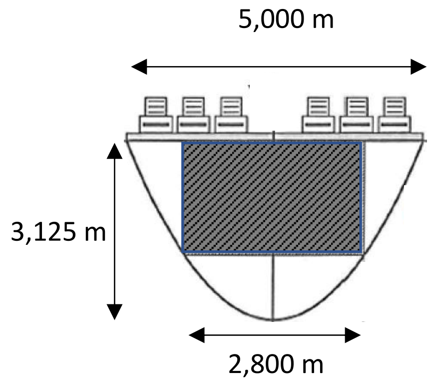
Aufgabe 1: Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{4}(x^4 - 6{,}5x^2 + \frac{25}{16})$; $D_f = \mathbb{R}$. Ihr Graph wird mit G_f bezeichnet.

a. Berechnen Sie sämtliche Nullstellen von f mit ihrer Vielfachheit und geben Sie den Funktionsterm in Linearfaktorzerlegung an. (4 BE)
b. Geben Sie das Verhalten der Funktionswerte für $x \longrightarrow -\infty$ und für $x \longrightarrow \infty$ an. (2 BE)
c. Skizzieren Sie den Verlauf des Funktionsgraphen in ein kartesisches Koordinatensystem. (2 BE)

Aufgabe 2: Gegeben ist eine ganzrationale Funktion fünften Grades. Grenzen Sie die mögliche Zahl der Nullstellen möglichst genau ein. (2 BE)

Aufgabe 3: Der Graph einer ganzrationalen Funktion g vierten Grades mit $D_g = \mathbb{R}$ ist symmetrisch zur y-Achse und berührt die x-Achse von unten kommend in P $(-1{,}5/0)$. Entscheiden Sie, ob der Punkt T(0/0,5) ein möglicher Punkt des Funktionsgraphen sein könnte und begründen Sie Ihre Entscheidung hinreichend mit Worten. (3 BE)

Aufgabe 4: Der Gepäckraum eines Flugzeugs ist 3,125 m hoch und kann im Querschnitt mithilfe einer Parabel beschrieben werden. An seiner höchsten Stelle ist er 5,000 m breit. Das Gepäck soll darin in Containern der Breite 2,800 m mit rechteckiger Querschnittsfläche untergebracht werden (siehe nicht maßstabsgetreue Skizze). Berechnen Sie, wie hoch die Container höchstens sein dürfen, damit sie gerade noch in den Gepäckraum passen. Geben Sie auch die zugehörige Querschnittsfläche der Container an. Die Längeneinheit ist Meter und kann bei den Berechnungen weggelassen werden. (5 BE)



Aufgabe 5: In einem Supermarkt wird eine empirische Studie zum Kaufverhalten der Kunden durchgeführt. Dabei werden Kunden beim Einkaufen beobachtet. Es wird unter anderem notiert, ob die Kunden Brot kaufen (B) und ob sie mindestens ein Milchprodukt wählen (M). Die Beobachtung eines beliebigen Kunden wird als Zufallsexperiment betrachtet. Beschreiben Sie das Ereignis $E = \overline{M \cup \overline{B}}$ möglichst einfach in Worten und stellen Sie es in einem geeigneten Venn-Diagramm dar. (3 BE)

Aufgabe 6: Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

In einem Online-Shop für Weihnachtsbäume sind drei Viertel aller verkauften Weihnachtsbäume Nordmanntannen (N). Bei 20 % der verkauften Weihnachtsbäume handelt es sich um Blaufichten (B), der Rest sind Edeltannen (E). Nordmanntannen und Blaufichten können entweder im Topf (T) oder geschlagen (G) gekauft werden. Erfahrungsgemäß wird jede dritte Nordmanntanne im Topf gekauft, aber nur 8 % der Blaufichten. Edeltannen sind nur geschlagen erhältlich.

Die Kaufentscheidung eines beliebigen Käufers für einen Weihnachtsbaum wird als Zufallsexperiment betrachtet.

a. Bestimmen Sie anhand eines vollständigen Baumdiagramms alle Elementarereignisse und deren Wahrscheinlichkeiten. (4 BE)
b. Gegeben sind nun folgende Ereignisse:

E_2: „Ein Kunde entscheidet sich für einen geschlagenen Baum.“

$E_3 = \{NT; NG; EG\}$

Geben Sie das Ereignis E_2 in aufzählender Mengenschreibweise an, formulieren Sie E_3 möglichst einfach in Worten und berechnen Sie $P(E_2)$ und $P(E_3)$. (3 BE)

1. Schulaufgabe im Fach Mathematik - F11A - 1.2.2018

1. $f(x) = -\frac{1}{4}(x^4 - 6{,}5x^2 + \frac{25}{16})$; $D_f = \mathbb{R}$

a. $f(x) = 0$

$0 = -\frac{1}{4}(x^4 - 6{,}5x^2 + \frac{25}{16}) \quad | : (-\frac{1}{4})$

$0 = x^4 - 6{,}5x^2 + \frac{25}{16}$

Substitution: $x^2 = v$

$0 = v^2 - 6{,}5v + \frac{25}{16}$

$v_{1/2} = \frac{6{,}5 \pm \sqrt{(-6{,}5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{25}{16}}}{2 \cdot 1}$ ✓ (-0,5 BE, falls Nullsetzen fehlt)

$= \frac{6{,}5 \pm 6}{2}$ (4)

$v_1 = \frac{6{,}5+6}{2} = 6{,}25 \Rightarrow x^2 = 6{,}25 \Rightarrow x_1 = 2{,}5$ einfach; $x_2 = -2{,}5$ einfach ✓ ✓

$v_2 = \frac{6{,}5-6}{2} = 0{,}25 \Rightarrow x^2 = 0{,}25 \Rightarrow x_3 = 0{,}5$ einfach; $x_4 = -0{,}5$ einfach

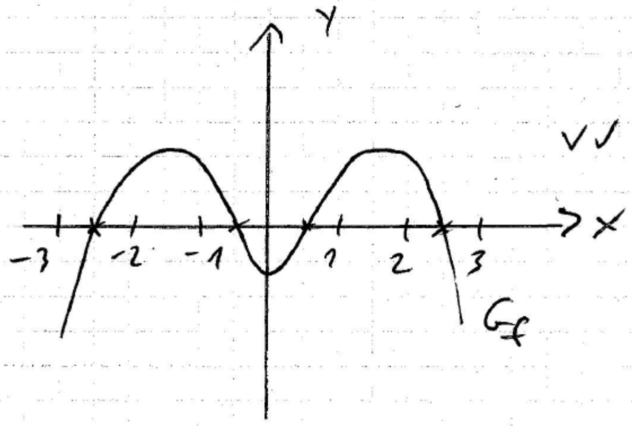
b) $f(x) = -\frac{1}{4}(x-2{,}5)(x+2{,}5)(x-0{,}5)(x+0{,}5)$ ✓

b. $x \to \pm\infty$: $f(x) \approx -\frac{1}{4}x^4$

$x \to +\infty \Rightarrow f(x) \to -\infty$ ✓

$x \to -\infty \Rightarrow f(x) \to -\infty$ ✓ (2)

c.



✓✓ (2)

(2) 2. mindestens 1, aber höchstens 5 Nullstellen ✓ ✓

3. Der Punkt $T(0|0{,}5)$ kann kein möglicher Punkt des Funktionsgraphen sein.

Begründung:

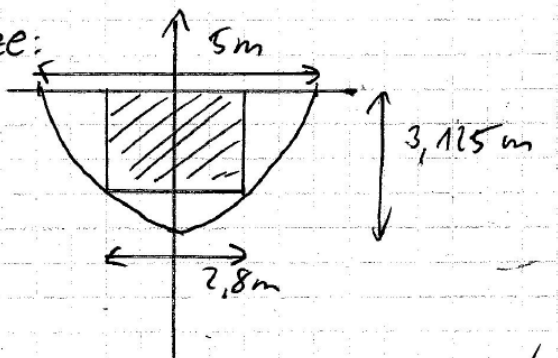
Aufgrund der Achsensymmetrie zur y-Achse liegt ein weiterer Hochpunkt bei $(1{,}5|0)$ ✓ vor. Beide Hochpunkte sind Berührpunkte mit der x-Achse.

(3) Da der Grad der Funktion 4 ist, liegen bei $x_{1/2} = -1{,}5$ und $x_{3/4} = 1{,}5$ jeweils doppelte Nullstellen vor und weitere Nullstellen sind nicht möglich.

↳ $g(x) \leq 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$ ✓

↳ Der Punkt $T(0|0{,}5)$ kann kein möglicher Punkt von G_g sein, da $y_T = 0{,}5 > 0$. ✓

4. Skizze:



$p(x) = a \cdot (x-2{,}5)(x+2{,}5)$ ✓

$T(0|-3{,}125)$ einsetzen:

$$-3{,}125 = a \cdot (0-2{,}5)(0+2{,}5)$$

$$0{,}5 = a \quad ✓$$

↳ $p(x) = 0{,}5(x-2{,}5)(x+2{,}5)$ ✓

$= 0{,}5(x^2 - 6{,}25) = 0{,}5x^2 - 3{,}125$

zu 4.

$x_s = 1{,}4$ einsetzen:

$$y_s = 0{,}5 \cdot 1{,}4^2 - 3{,}125 = -2{,}145 \checkmark$$

↳ Der Container darf höchstens 2,145 m hoch sein.

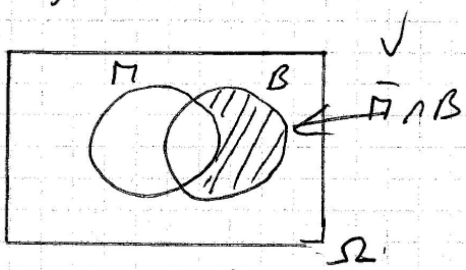
Zugehörige Querschnittsfläche des Containers: (5)

$$A = 2{,}8 \cdot 2{,}145 = 6{,}006 \checkmark$$

5. $E_1 = \overline{M} \cap \overline{B} = \overline{M} \cap \overline{\overline{B}} = \overline{M} \cap B$ ✓

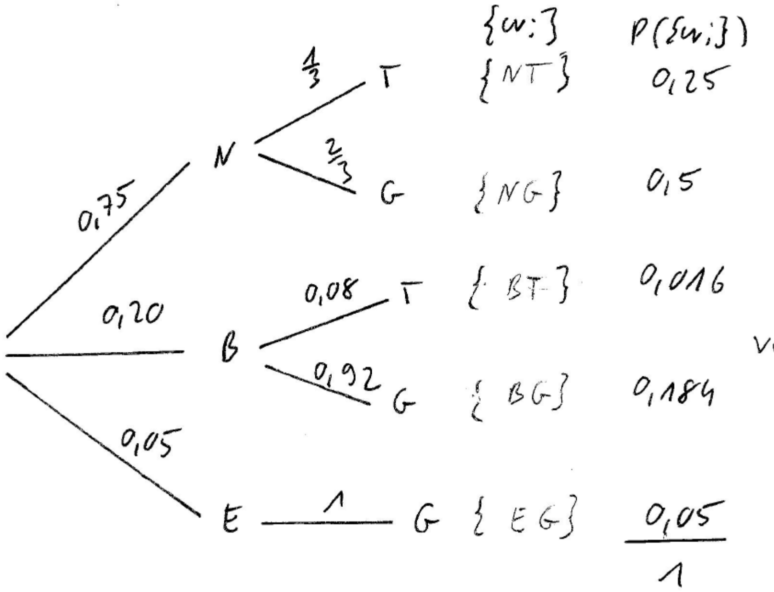
⇒ Ein Kunde wählt kein Milchprodukt, aber kauft Brot. ✓

Venn-Diagramm: ✓



(3)

6, a)



✓✓✓✓ (4)

6, b) E_2 = {NG; BG; EG} ✓

E_3: „Der Kunde kauft keine Blaufichte." ✓

$P(E_2)$ = 0,5 + 0,184 + 0,05 = <u>0,734</u> 4 (3)

$P(E_3) = 0{,}25 + 0{,}5 + 0{,}05 = \underline{\underline{0{,}80}}$ 4