Staatliche Fachoberschule und Berufsoberschule München AR Wirtschaft
1. Schulaufgabe in Mathematik – F12

Hilfsmittel: Taschenrechner, Merkhilfe Gesamt: 40 BE

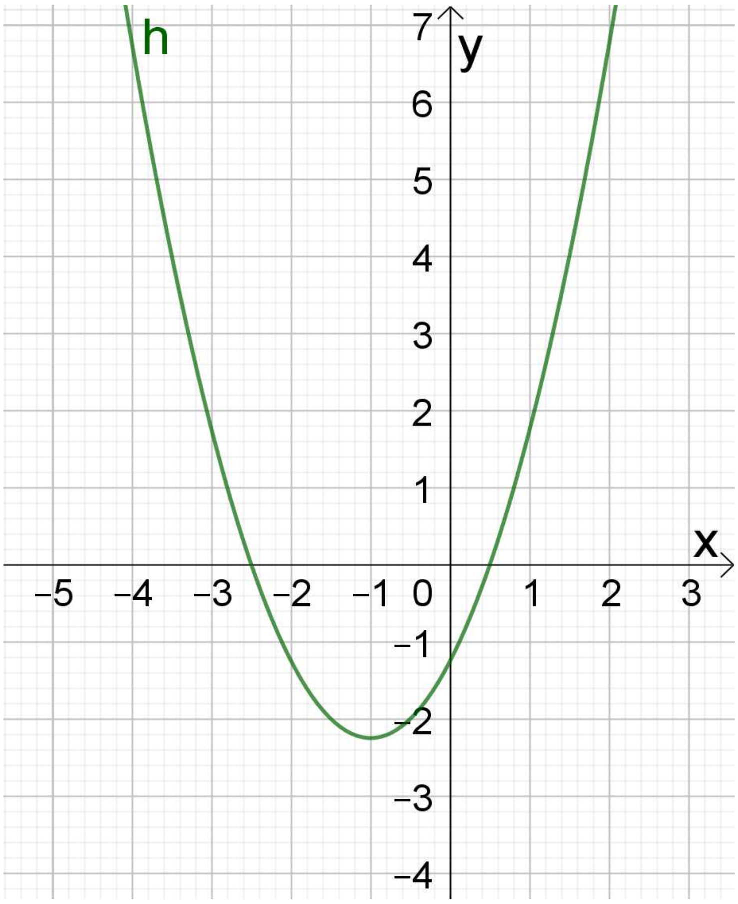
ANALYSIS (26 BE)

1 Gegeben ist die reelle Funktion $f: x \to \frac{1}{7}(-x^4 + 4x^3)$ mit $D_f = [-2; 4]$. Der Graph der Funktion f in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit G_f bezeichnet.

1.1 Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion f und skizzieren Sie den Graphen von f nur unter Verwendung der Nullstellen. (3BE)

1.2 Bestimmen Sie alle relativen und absoluten Extrema der Funktion f. (6BE)

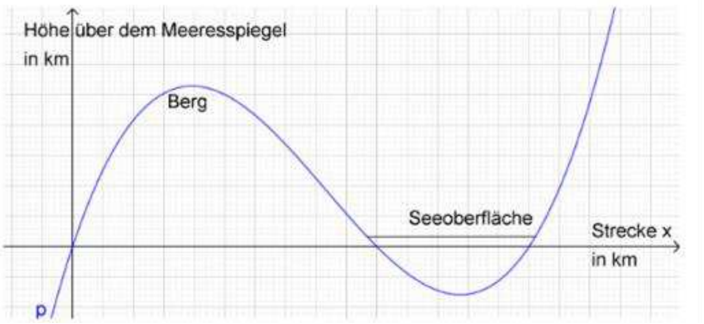
2 Folgende Zeichnung stellt den Graphen der ersten Ableitung $G_{h'}$ der Funktion h dar. Skizzieren Sie in das Koordinatensystem ohne weitere Rechnung einen möglichen Graphen der Funktion h und kennzeichnen Sie Extrema und Wendepunkte. (3BE)



3 Der Graph G_f einer ganzrationalen Funktion 3. Grades besitzt einen Wendepunkt an der Stelle $x = -3$. Er berührt die x-Achse im Koordinatenursprung. An der Stelle $x = 1$ hat der Graph die Steigung $m = -\frac{1}{2}$. Stellen Sie die Funktionsgleichung von f auf. (7BE)

Bitte wenden!

4 Der Gardasee kann als Landschaftsquerschnitt im Intervall [-0,5; 3,5] durch die Funktion $p(x) = \frac{1}{2}x(x-2)(x-3) = \frac{1}{2}(x^3 - 5x^2 + 6x)$ beschrieben werden.



4.1 Schätzen Sie die Breite des Sees möglichst genau und erklären Sie anschließend, wie Sie auf die Lösung gekommen sind. (2BE)

4.2 Aufgrund des Klimawandels kommt es immer wieder zu Erdrutschen vom Hang des Berges in Richtung des Sees. Da man eine Verlandung des Sees vermeiden möchte, plant die Gemeinde an der steilsten Stelle zwischen Berg und See Bäume zur Stabilisierung des Hangs zu pflanzen. Berechnen Sie die Stelle, an welcher der besagte Hang am steilsten ist. Geben Sie anschließend die Höhe dieser Stelle gegenüber dem Meeresspiegel in Metern an. (5BE)

STOCHASTIK (14 BE)

5 Die Zufallsgröße X gibt die durchschnittliche Wassertemperatur des Gardasees im August in Grad Celsius an. Die Temperatur schwankt aufgrund der jährlichen Witterung zwischen 18 und 21 Grad Celsius. Zu 50 % beträgt die durchschnittliche Temperatur im August 20 Grad, zu 30 % 19 Grad Celsius. Die restlichen Werte der Wassertemperatur sind gleich wahrscheinlich.

5.1 Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X in einer Tabelle und graphisch dar. (5BE)

5.2 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Zufallswerte innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen. (4BE)

5.3 Erläutern Sie Ihre Ergebnisse aus 5.2 im Sachzusammenhang. (1BE)

6 Die Beobachtungen über mehrere Jahre zeigen, dass es im Durchschnitt in der Stadt Lazise im August 7,5 Tage regnet. Außerdem zeigte es sich, dass es im August nur 7 bis 9 Tage regnete. Die Wahrscheinlichkeit, dass es 8 Tage im August regnet, beträgt 0,5.

Y	7	8	9
p(Y)	0,3	0,5	0,1

6.1 Geben Sie zwei Gründe an, warum die angegebene Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße Y, Anzahl der Regentage im August in Lazise, falsch ist. (2BE)

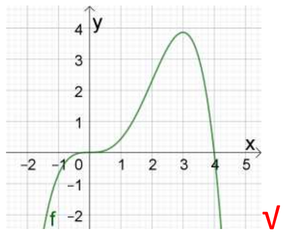
6.2 Berichtigen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Zufallsgröße Y aus Aufgabe 6.1. (2BE)

1. Schulaufgabe aus der Mathematik F12 Lösung 25.11.2021

1.1

f(x) = 0 $\quad 0 = \frac{1}{7}x^3(-x+4)$ √

für $x_{1,2,3} = 0 \quad x_4 = 4$ √



√

1.2 $f(x) = \frac{1}{7}(-x^4 + 4x^3)$ $\quad f'(x) = \frac{1}{7}(-4x^3 + 12x^2)$ $\quad f'(x) = 0$ √

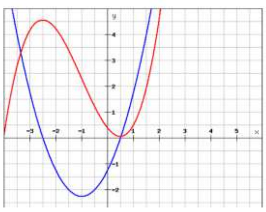
$0 = \frac{1}{7}x^2(-4x+12)$ für $x_{1,2} = 0 \quad x_3 = 3$ TEP bei $x_{1,2} = 0$ und HOP bei $x_3 = 3$ √ (Nachweis mit Tabelle) √

$f(-2) = -\frac{48}{7} \approx -6{,}9 \quad f(4) = 0 \quad f(3) = \frac{27}{7}$ √

absolutes Minimum bei x = – 2 , da der Funktionsgraph von Grad 4 mit negativem a √

absolutes Maximum beim HOP (3 I $\frac{27}{7}$), da der Funktionsgraph nur einen HOP hat und für x → $\pm\infty$ immer nach - ∞ verläuft. √

2.



√√√

3. $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $\quad f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ $\quad f(x) = 6ax + 2b$

$f(0) = 0 \Rightarrow d = 0$ √

$f'(0) = 0 \Rightarrow c = 0$ √

$f''(-3) = 0 \Rightarrow 6a(-3) + 2b = 0 \Rightarrow b = 9a$ (I) √

$f'(1) = -\frac{1}{2} \Rightarrow 3a + 2b = -\frac{1}{2}$ (II) √

I in II $3a + 2\cdot 9a = -\frac{1}{2}$ √ $\Rightarrow a = -\frac{1}{42} \Rightarrow b = -\frac{3}{14}$ √ $f(x) = -\frac{1}{42}x^3 - \frac{3}{14}x^2$ √

4.1 Der See ist 1,1km breit. √

Die Nullstellen der Funktion liegen bei x = 2 und x = 3, diese schließen eine Strecke von einem Kilometer ein. Die Ränder der Seeoberfläche liegen etwas links und rechts daneben, daher 1,1 km. √

4.2 $p'(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 10x + 6)$ $\quad p''(x) = \frac{1}{2}(6x - 10)$ √ $\quad p''(x) = 0$ für $x = \frac{10}{6} \approx 1{,}67$ √

Nachweis WP mit Skizze von p'' oder Tabelle: √ $\quad p(\frac{10}{6}) = \frac{20}{27} \approx 0{,}74$ √

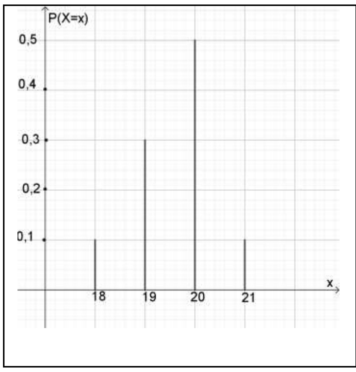
Die steilste Stelle des Hangs liegt ca. bei Kilometer 1,67, in einer Höhe von 740 Metern über dem Meeresspiegel. √

1. Schulaufgabe aus der Mathematik F12 Lösung 25.11.2021

5.1

	18	19	20	21
P(X = x)	0,1	0,3	0,5	0,1

√√√



√√

5.2 E(X) = 0,1 · 18 + 0,3 · 19 + 0,5 · 20 + 0,1 · 21 = 19,6 √

Var(X) = $(18 - 19{,}6)^2 \cdot 0{,}1 + (19 - 19{,}6)^2 \cdot 0{,}3 + (20 - 19{,}6)^2 \cdot 0{,}5 + (21 - 19{,}6)^2 \cdot 0{,}1 = 0{,}64$ √

$\sigma = \sqrt{0{,}64} = 0{,}8$

$\mu + \sigma = 19{,}6 + 0{,}8 = 20{,}4$ $\mu - \sigma = 19{,}6 - 0{,}8 = 18{,}8$ √

P(18,8 < X < 20,4) = P(X = 19) + P(X = 20) = 0,3 + 0,5 = 0,8. √

5.3 Mit einer Wahrscheinlichkeit von 80 Prozent liegt die durchschnittliche Wassertemperatur zwischen 18,8 und 20,4 Grad Celsius. √

6.1 Die Summe der Wahrscheinlichkeiten ist ungleich 1. / Der Erwartungswert ist ungleich 7,5. √√

6.2

I a + b = 0,5 → b = 0,5 – a

II 7a + 4 + 9b = 7,5 √

a = 0,5 b = 0 √

Oder durch Hinschauen:

a = 0,5

(7 + 8) · 0,5 = 7,5