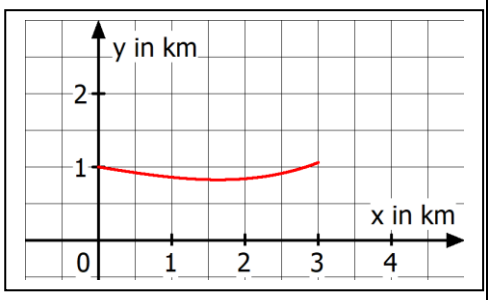
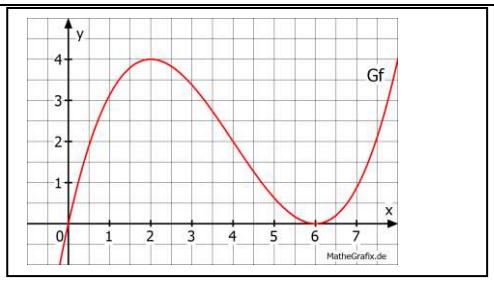
**1. Schulaufgabe aus der Mathematik** **B12** **25.11.2021**
**75 min; 40 BE; mHiMi**

| | **Analysis:** | |
|---|---|---|
| 1.0 | Die Funktion $g(x) = \frac{1}{50}(x^3 - 8x + 50)$ beschreibt die Fahrt eines Heißluftballons in einem beobachteten Intervall von drei Kilometern. $x$ gibt die Fahrtstrecke in km, $y$ die Flughöhe in km über dem Meeresspiegel an.   | |
| 1.1 | Ermitteln Sie die Höhe über dem Meeresspiegel, in der sich der Ballon zu Beginn der Beobachtung befindet. | **1** |
| 1.2 | Berechnen Sie die Intervalle, in denen der Ballon im Beobachtungszeitraum an Höhe gewinnt bzw. verliert. | **4** |
| 1.3 | Geben Sie die geringste Höhe des Ballons während der beobachteten Fahrt an. | **1** |
| 1.4 | Bestimmen Sie die durchschnittliche Steigung des Ballons zwischen Kilometer 2 und 3. | **2** |
| 2.0 | Gegeben ist die Funktion $h(x) = \frac{1}{3}(x^3 - 3x^2 - 10x + 24)$. Ihr Graf wird mit $G_h$ bezeichnet. | |
| 2.1 | Weisen Sie nach, dass die Funktion $h(x)$ drei ganzzahlige Nullstellen besitzt und geben Sie anschließend die Linearfaktorzerlegung von $h$ an. | **5** |
| 2.2 | Ermitteln Sie das Symmetrieverhalten sowie den $y$-Achsenabschnitt des Graphen von $h$ und skizzieren Sie anschließend $G_h$ im Bereich $-4 \leq x \leq 5$ in ein geeignetes Koordinatensystem. | **4** |
| 3.0 | Gegeben ist der Graph $G_f$ der Funktion $f$.   | |
| 3.1 | Ermitteln Sie aus der Grafik den Funktionsterm, der dem Grafen $G_f$ zu Grunde liegt. | **3** |
| 3.2 | Skizzieren Sie die Grafen der ersten Ableitung von $f$ in das Koordinatensystem. | **2** |

***Bitte wenden!***

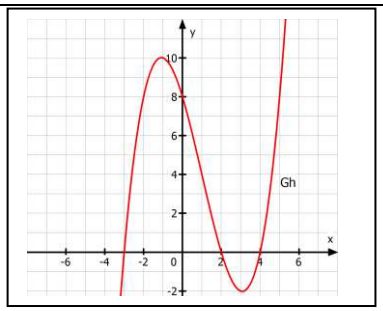
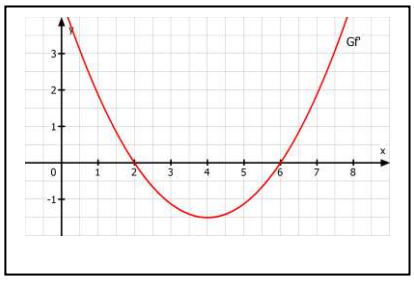
| | | |
|---|---|---|
| 4.0 | Nehmen Sie zu folgenden Aussagen kurz (z.B. mit Hilfe eines Gegenbeispiels oder einer kurzen Begründung) Stellung und stellen Sie fest, ob die Aussagen richtig oder falsch sind. (je 1 BE) | **4** |
| 4.1 | Die Nullstellen einer Funktion vierten Grades sind symmetrisch zur y-Achse. | |
| 4.2 | Der Graph einer Polynomfunktion dritten Grades kommt stets aus dem III. Quadranten und läuft in den I. Quadranten. | |
| 4.3 | Jede Polynomfunktion n-ten Grades hat höchstens n Nullstellen. | |
| 4.4 | Eine Polynomfunktion ungeraden Grades (z.B. $x^3$, $x^5$ usw.) besitzt mindestens eine Nullstelle. | |
| | **Stochastik:** | |
| 1.0 | In einem kleinen Skigebiet im Brixental betreibt der Wirt des Bergrestaurants Marktforschung. Er möchte das Nutzungsverhalten seiner Gaststätte überprüfen. Hierfür werden 400 Skifahrer befragt, ob sie seine Gaststätte nutzen. 48 der Befragten haben eine Saisonkarte (S). Von den Saisonkartenbesitzern nutzen die Hälfte die Gaststätte. Insgesamt nutzen 60% aller Befragten die Gaststätte (G). | |
| 1.1 | Bestimmen Sie mit Hilfe einer Vierfeldertafel die Wahrscheinlichkeit $P(S \cap \bar{G})$. | **3** |
| 1.2 | Interpretieren Sie die Bedeutung von $\overline{S \cup G}$ im Sachzusammenhang. | **3** |
| 2.0 | Vor Beginn der Skisaison muss der Wirt der Gaststätte viele der Getränkebestellungen abgeben. Er bietet drei Arten von Schnaps an: Birne (B), Marille (M) und Zwetschge (Z). Der Schnaps wird jeweils in einer jungen (j) und in einer länger gereiften (r) Form angeboten. Ferner kann ein Gast zwischen einem einfachen (E) und einem doppelten (D) Schnaps wählen.<br>Da ein Großteil der Gäste jeweils nur einen Schnaps trinkt, werden nur diese betrachtet. Es entscheiden sich 30 % dieser Gäste für Birne, die anderen trinken zu gleichen Teilen Zwetschge oder Marille. Der Verkaufsanteil an jungem Schnaps beträgt bei allen Sorten vier Fünftel. Marille wird zu 70 % als Einfacher verkauft, Birne zu 60 % und zwar jeweils unabhängig vom Alter des Schnapses. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gast einen einfachen, jungen Zwetschgenschnaps bestellt, beträgt 25,2%, beim gereiften Zwetschgenschnaps liegt die Wahrscheinlichkeit für die einfache Version bei 80%. | |
| 2.1 | Stellen Sie den Sachverhalt in einem Baumdiagramm mit allen 12 Elementarwahrscheinlichkeiten dar. (Zwischenergebnis: $P(\{BjE\}) = 0{,}144$) | **6** |
| 2.2 | Geben Sie folgendes Ereignis $E$ in aufzählender Mengenschreibweise an und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit:<br>$E$: „ein Gast trinkt Marillenschnaps“ | **2** |

***VIEL ERFOLG!***

**Lösungsvorschlag 1. SA BOS12 25.11.2021**

| | | |
|---|---|---|
| A:1.1 | $g(0) = 1$; Start Beobachtung bei 1km über dem MS | 1 |
| 1.2 | $g'(x) = \frac{1}{50}(3x^2 - 8)$; $0 = 3x^2 - 8 \Rightarrow \; x_1 = 1{,}63; (x_2 = -1{,}63)$ | 4 |

| x | < | 1,63 | < |
|---|---|---|---|
| Vz g' | - | 0 | + |
| | smf in $[0; 1{,}63]$ | TIP | sms in $[1{,}63; 3]$ |

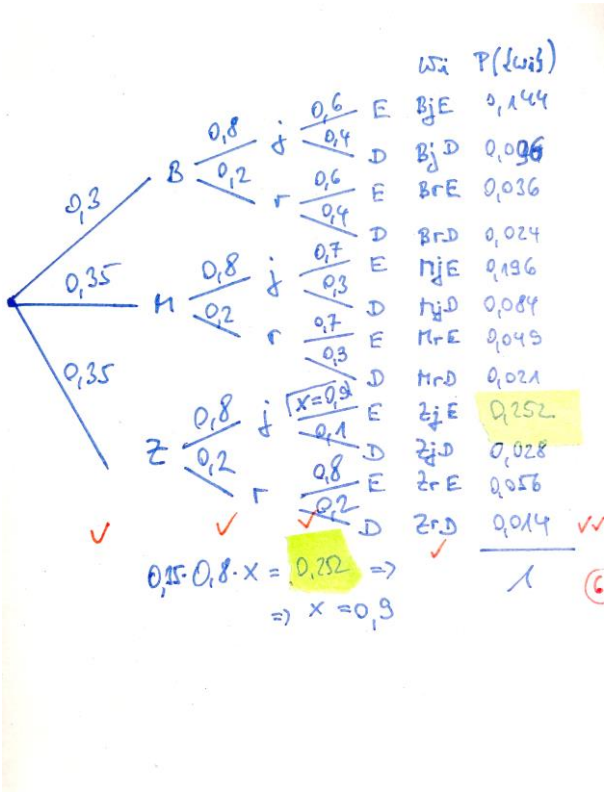
| | | |
|---|---|---|
| 1.3 | TIP(1,63\|0,83), also 0,83km | 1 |
| 1.4 | $m = \frac{g(3)-g(2)}{3-2} = \frac{1{,}06-0{,}84}{3-2} = 0{,}22$ | 2 |
| 2.1 | $0 = \frac{1}{3}(x^3 - 3x^2 - 10x + 24); x_1 = 2;$<br>$(x^3 - 3x^2 - 10x + 24) : (x - 2) = x^2 - x - 12$<br>$-(x^3 - 2x^2)$<br>$-x^2 - 10x$<br>$-(-x^2 + 2x)$<br>$-12x + 24$<br>$-12x + 24$<br>$0$<br>$x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow x_2 = -3; x_3 = 4\ MNF$<br>$f(x) = \frac{1}{3}(x + 3)(x - 2)(x - 4)$ | 5 |
| 2.2 | $S_y(0\|8)$<br>$G_h$ nicht symmetrisch, da gerade und ungerade Exponenten (je 0,5BE)<br>  | 4 |
| 3.1 | $f(x) = ax(x-6)^2$<br>$P(2\|4): 4 = ax(2-6)^2$<br>$4 = 32a -> a = \frac{1}{8}$<br>  | 3 |
| 3.2 | $f(x) = \frac{1}{8}x(x-6)^2 = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{2}x$ | 2 |
| 4.1 | Falsch, Gegenbeispiel: $y = x^3(x - 1)$ | 1 |
| 4.2 | Falsch, nur bei positivem Leitkoeffizienten | 1 |
| 4.3 | Richtig, weniger als n sind möglich | 1 |
| 4.4 | Richtig, da der Graf den Quadranten diagonal wechselt und vom I. in den III. bzw. vom II. in den IV. verläuft. | 1 |
| | | 26 |

S:1.1

| | $S$ | $\bar{S}$ | |
|---|---|---|---|
| $G$ | 0,06 | 0,54 | 0,6 |
| $\bar{G}$ | 0,06 | 0,34 | 0,4 |
| | 0,12 | 0,88 | 1 |

3

**Lösungsvorschlag 1. SA BOS12 25.11.2021**

| | | |
|---|---|---|
| 1.2 | $\overline{S \cap G} = \bar{S} \cup \bar{G}; P(\bar{S} \cup \bar{G}) = 0{,}88 + 0{,}4 - 0{,}34 = 0{,}94$<br><br>Der Gast hat keine Saisonkarte oder nutzt nicht die Gaststätte. ✓ | **3** |
| 2.1 |  √ | **6** |
| 2.2 | $E = \{MjE; MjD; MrE; MrD\}; P(E) = 0{,}35$ √ | **2** |
| | | **14** |
| | | ***40*** |