

1.1 Geben Sie ein Beispiel für eine Funktion, die an der Stelle $x = 3$ nicht differenzierbar ist. 1BE

1.2 Berechnen und interpretieren Sie den Differenzenquotient $\frac{4^2-3^2}{4-3}$ für die Normalparabel geometrisch. 2BE

1.3 Geben Sie den Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion an, deren Graph auf ganz $\mathbb{R}$ rechtsgekrümmt ist. 2BE

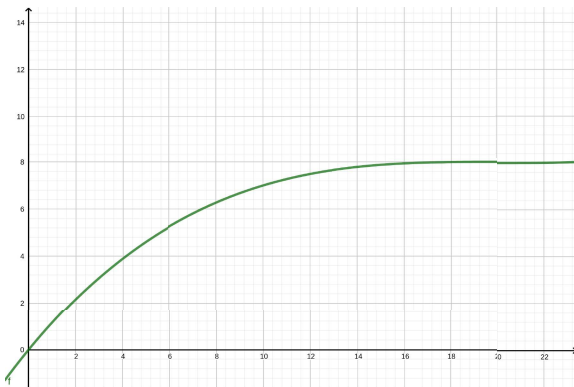
1.4 Die Ableitung einer Funktion f lautet $f'(x) = x(x-3)^2$. Berechnen Sie alle Wendestellen von f . 3BE

1.5 Wahr oder falsch? Begründen Sie oder geben sie ein Gegenbeispiel: “Gilt für eine auf ganz $\mathbb{R}$ definierte differenzierbare Funktion f $f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) = 0$, so hat f bei x_0 keinen Extrempunkt.” 2BE

2.0 Die Konzentration c eines Medikamentes im Blut (in $\frac{\text{mg Wirkstoff}}{\text{l Blut}}$) in Abhängigkeit von der Zeit t in Minuten sei für $0 \leq t \leq 20\text{min}$ durch die Funktion

$$c(t) = \frac{1}{1000}(t-20)^3 + 8 \quad c'(t) = \frac{3}{1000}(t-20)^2$$

gegeben. Bestimmen Sie rechnerisch die folgenden Terme und geben Sie ihre Bedeutung in einem vollständigen Antwortsatz. Achten Sie auch auf die Angabe der Einheiten.



2.1 $\lim_{t \rightarrow 20} c(t)$. 2BE

2.2 $c'(10)$. 3BE

2.3 $\lim_{t \rightarrow 20} c'(t)$. 2BE

2.4 Die mittlere Änderungsrate der Konzentration im Zeitraum $t = 10$ bis $t = 20$. 3BE

3.1 Wie viele achtstellige Passwörter lassen sich aus 26 Buchstaben (jeweils Groß und Kleinschreibung möglich) 10 Ziffern und 18 Sonderzeichen bilden? 1BE

3.2 Mit welcher Wahrscheinlichkeit würfelt man bei fünfmaligem Würfeln, genau zwei Mal hintereinander eine sechs? 2BE

3.3 Auf wie viele verschiedene Arten können fünf (unterschiedliche) Lieder (keines davon mehrfach) hintereinander im Radio gespielt werden? 2BE

3.4 Auf wieviele Arten lassen sich die Buchstaben in dem Wort “KATALYSATOR” anordnen? 2BE

3.5 10% aller Schüler betreiben Leistungssport. 40% aller Schüler sind Raucher. Von den Leistungssportlern raucht nur jeder zehnte. Welcher Anteil der Raucher sind Leistungssportler? 3BE

1.1 Skizzieren Sie den Graph der Funktion $f(x) = |x - 1| - 2$ und untersuchen Sie diese auf Differenzierbarkeit. Geben Sie ihre Antwort in Worten oder in Formeln. Bestimmen Sie $\lim_{x \rightarrow -5} f(x)$. 4BE

1.2 Geben Sie einen Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion an, deren Graph auf $] -\infty; 0]$ linksgekrümmt und auf $[0; \infty[$ rechtsgekrümmt ist. 2BE

1.3 Die Ableitung einer Funktion f lautet $f'(x) = x(x - 3)^2$. Berechnen Sie alle Extremstellen von f . 2BE

1.4 Wahr oder falsch? Begründen Sie, oder geben sie ein Gegenbeispiel: “Gilt für eine auf ganz $\mathbb{R}$ definierte differenzierbare Funktion f $f'(x_0) = 0$, so hat f bei x_0 einen relativen Extrempunkt.” 2BE

2.0 Ein aus dem Stand anfahrendes Motorrad beschleunigt gleichförmig während 10 Sekunden auf die Geschwindigkeit $40 \frac{m}{s}$. Das sind $144 \frac{km}{h}$, denn $1 \frac{m}{s} = 3,6 \frac{km}{h}$. Nach der Zeit t (in Sekunden) hat es dabei die Strecke

$$s(t) = 2t^2$$

(in Metern) zurückgelegt.

2.1 Zeichnen Sie den $s(t)$ –Graph indem Sie die abhängige Größe auf der senkrechten Achse auftragen. Tragen Sie auf der t –Achse die Zeit von 0 bis 10 Sekunden ein und wählen Sie einen Maßstab für die Strecke auf der s –Achse geeignet. 2BE

2.2 Berechnen und interpretieren Sie die mittlere Änderungsrate von s zwischen 2 Sekunden und 3 Sekunden im Sachzusammenhang und markieren Sie diese geeignet im Diagramm. Antworten Sie in einem vollständigen Satz. 3BE

2.3 Berechnen Sie die Geschwindigkeit nach 5 Sekunden in $\frac{km}{h}$ und markieren Sie diese geeignet im Diagramm. 3BE

2.4 Erklären Sie den Fehler in der folgenden Überlegung: “Nach 10 Sekunden hat das Motorrad die Geschwindigkeit $40 \frac{m}{s}$ und hat damit nach 10 Sekunden $40 \frac{m}{s} \cdot 10s = 400m$ zurückgelegt.” 2BE

3.1 Wie viele sechststellige Passwörter lassen sich aus 26 Buchstaben (jeweils Groß und Kleinschreibung möglich) 10 Ziffern und 18 Sonderzeichen bilden? 1BE

3.2 Wie viele Möglichkeiten gibt es, dass 4 Patienten nacheinander im Wartezimmer eines Arztes aufgerufen werden? 2BE

3.3 Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat man bei einem Multiple Choice Test (mit 20% Wahrscheinlichkeit eine Antwort richtig zu raten) genau drei aufeinander folgende von fünf Fragen richtig? 2BE

3.4 Auf wieviele Arten lassen sich die Buchstaben in dem Wort “TELEFONIEREN” anordnen? 2BE

3.5 In einer Studie über Treue wurde eine gleiche Zahl von Männern und Frauen zur Treue in Beziehungen befragt. 60% der Männer waren untreu aber nur 6 von 11 Untreuen waren Männer. Welcher Anteil der Frauen war untreu? 3BE

1.1 individuelle Lösung, z.B. $f(x) = |x - 3|$ 1BE

1.2 Der Differenzenquotient $\frac{4^2-3^2}{4-3} = \frac{7}{1} = 7$ gibt die mittlere Steigung von $f(x) = x^2$ zwischen 3 und 4, d.h. die Steigung der entsprechenden Sekante an. 2BE

1.3 $f(x) = -ax^2$ mit beliebigem $a \in \mathbb{R}_+$ 2BE

1.4 $f'(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Dann hat $f''(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$ einfache Nullstellen bei 1 und 3. Oder $f''(x) = 0 \implies x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144-108}}{6} = \frac{12 \pm 6}{6} = 2 \pm 1$. Bei 1 und 3 sind die Wendestellen. 3BE

1.5 Falsch, $f(x) = x^4$ hat bei 0 einen Tiefpunkt, aber $f'(0) = 0$ und $f''(0) = 0$. 2BE

2. Konzentration $c(t) = \frac{1}{1000}(t-20)^3 + 8$ $c'(t) = \frac{3}{1000}(t-20)^2$.

2.1 $\lim_{t \rightarrow 20} c(t) = 8$. Läuft die Zeit gegen 20 Minuten, so nähert sich die Konzentration dem Wert $8 \frac{mg}{l}$. 2BE

2.2 $c'(10) = 0,3$. Nach 10 Minuten beträgt die momentane Änderungsrate d.h. die Wachstumsgeschwindigkeit der Konzentration $0,3 \frac{mg}{l \cdot min}$, d.h pro Minute steigt zu diesem einen Zeitpunkt (infinitesimal!) die Konzentration um $0,3 \frac{mg}{l}$. 3BE

2.3 $\lim_{t \rightarrow 20} c'(t) = 0$. Nach 20 min ist das Blut gesättigt mit dem Medikament, die Konzentration steigt nicht mehr. 2BE

2.4 Die mittlere Änderungsrate der Konzentration beträgt $\frac{c(20)-c(10)}{20min-10min} = \frac{8 \frac{mg}{l} - 7 \frac{mg}{l}}{10min} = 0,1 \frac{mg}{l \cdot min}$, d.h im Durchschnitt steigt die Konzentration in diesem Zeitraum jede Minute um $0,1 \frac{mg}{l}$. 3BE

3.1 80^8 1BE

3.2 $4 \cdot (\frac{1}{6})^2 \cdot (\frac{5}{6})^3$ 2BE

3.3 $5!$ 2BE

3.4 $\frac{11!}{3!2!}$. $3!$ für die A's und $2!$ für die T's. 2BE

3.5 $P(L) = 10\%$, $P(R) = 40\%$ und $P_L(R) = 0,1$. Damit ist der Anteil der Leistungssportler unter den Rauchern $P_R(L) = \frac{1}{40}$. 3BE

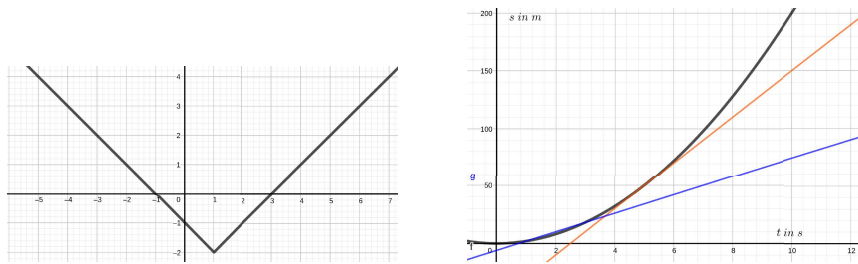
in %	R	$\overline{R}$	
L	1	9	10
$\overline{L}$	39	51	90
	40	60	100

1.1 $f(x) = |x - 1| - 2$ ist überall differenzierbar bis auf $x = 1$, dort lässt sich keine Tangente anlegen, da links von 1 die Steigung -1 und rechts davon die Steigung $+1$ ist. Graph unten links. $\lim_{x \rightarrow -5} f(x) = 4$ 4BE

1.2 z.B. $-(x + 1)x(x - 1)$ 2BE

1.3 $f'(x) = x(x - 3)^2$ hat als einzige Nullstelle ohne VZW $x = 0$, also ist bei $x = 0$ ein Extremum. 2BE

1.4 Falsch, $f(x) = x^3$ hat bei $x = 0$ keinen Extrempunkt, aber $f'(0) = 0$. 2BE



2.1 Graph oben rechts 2BE

2.2 Die mittlere Änderungsrate $\frac{s(3)-s(2)}{3s-2s} = \frac{18m-8m}{3s-2s} = \frac{10m}{1s} = 10 \frac{m}{s}$ ist die mittlere Geschwindigkeit (oder Durchschnittsgeschwindigkeit) zwischen 1s und 3s. (blaue Sekante im Bild) 3BE

2.3 Die momentane Geschwindigkeit ist die momentane Änderungsrate $s'(t) = 4t$. Nach 5 Sekunden hat das Motorrad die Geschwindigkeit $s'(5) = 20 \frac{m}{s} = 72 \frac{km}{h}$ (rote Tangente im Bild). Da die Geschwindigkeit linear wächst beträgt sie nach 5s genau die Hälfte von $40 \frac{m}{s}$. 3BE

2.4 Die Geschwindigkeit war nicht konstant $40 \frac{m}{s}$ sondern vorher kleiner, deswegen ist der tatsächliche Weg kleiner. Da die Geschwindigkeit linear zunimmt ist die durchschnittliche Geschwindigkeit $20 \frac{m}{s}$ und das Motorrad hat damit nach 10 Sekunden $20 \frac{m}{s} \cdot 10s = 200m = s(10)$ zurückgelegt. 2BE

3.1 80^6 1BE

3.2 $4! = 24$ 2BE

3.3 $3 \cdot 0,8^2 \cdot 0,2^3$ 2BE

3.4 $\frac{12!}{4!2!}$, 4! für die E's und 2! für die N's. 2BE

3.5 $P(M) = P(F) = \frac{1}{2}$. $P_M(\overline{T}) = 60\%$ und $P_{\overline{T}}(M) = \frac{6}{11}$. Der Anteil der Untreuen unter den Frauen ist $P_F(\overline{T}) = 50\%$. 3BE

in %	T	$\overline{T}$	
F	25	25	50
M	20	30	50
	45	55	1