Therese-von-Bayern-Schule 20.01.2023

Arbeitszeit: 55 Minuten 1. Schulaufgabe aus der Mathematik F11 B 30 BE

Hilfsmittel: Taschenrechner, Merkhilfe

Unterstreichen Sie Ergebnisse und runden Sie ggf. auf zwei Nachkommastellen. Antworten Sie auf Textaufgaben in einem Antwortsatz mit Bezug zum Sachzusammenhang. Begründen Sie alle Ihre Schritte genau z. B. durch Rechnungen oder klar verständliche Sätze. Achten Sie auf Rechtschreibung und eine saubere äußere Form.

1.0 Gegeben ist die reelle Funktion h mit $h(x) = -\sqrt{5} \cdot (x^4 - x^3 - 2x^2 + 2x)$ und $D_h = \mathbb{R}$.

1.1 Ermitteln Sie alle Nullstellen der Funktion h und deren Vielfachheiten. Stellen Sie den Funktionsterm anschließend in Produktform dar. (6 BE)

1.2 Skizzieren Sie den Graphen von h anhand Ihrer bisherigen Ergebnisse in einem kartesischen Koordinatensystem. (2 BE)

1.3 Begründen Sie die Richtigkeit folgender Aussage anhand fünf beispielhafter Funktionsgleichungen: *„Der Funktionsterm einer auf ganz $\mathbb{R}$ definierten, ganzrationalen Funktion vierten Grades besitzt höchstens vier Nullstellen, kann aber auch nur drei, zwei, eine oder sogar gar keine Nullstelle aufweisen."* (2 BE)

2.0 Die Wasserrutsche eines Freizeitparks, welche sich gerade in der Planungsphase befindet, wird modellhaft betrachtet. Der untenstehende Graph G_r beschreibt die Rutschbahnhöhe über der Wasseroberfläche an der Stelle x und kann näherungsweise durch eine ganzrationale Funktion r dritten Grades mit eingeschränktem Definitionsbereich beschrieben werden. Der Graph besitzt nur ganzzahlige Nullstellen.

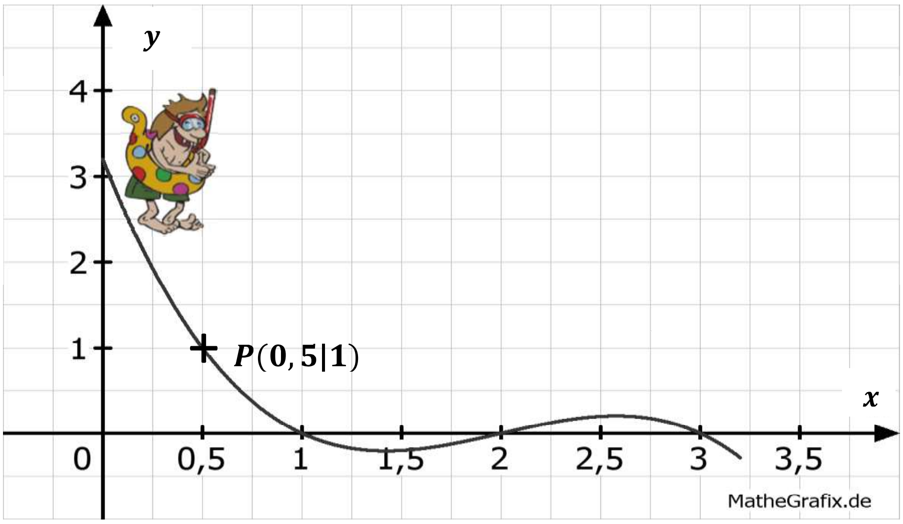


Abbildung 1: Wasserrutsche.
Quelle des Cartoons: https://www.furgler.at/wellness/hotel-hallenbad-serfaus.html,
Zugriff am 14.01.2021.

2.1 Bestimmen Sie aus der Grafik näherungsweise die Definitionsmenge sowie die Wertemenge von r. (2 BE)

2.2 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung in allgemeiner Form mithilfe des abgebildeten Graphen G_r. Mögliches Teilergebnis: $r(x) = -\frac{8}{15}x^3 + \frac{16}{5}x^2 - \frac{88}{15}x + \frac{16}{5}$ (4 BE)

2.3 Ermitteln Sie die Höhe der Rutsche an der Stelle $x = 0{,}25$. (1 BE)

2.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Höhe der Rutsche nur an der Stelle $x = 0$ exakt 3,2 Meter über der Wasseroberfläche liegt. (3 BE)

3.0 Auf einem Jahrmarkt verkauft Herr Schmid Lose zum Stückpreis von 0,50 €. In seiner Lostrommel befinden sich insgesamt 20 Lose. Davon sind zwei der Lose Kleingewinne (K), ein Hauptgewinn (H) und die restlichen Lose sind Nieten (N). Die Ziehung wird aufgrund der von Herrn Schmid festgelegten Spielregeln frühzeitig beendet, falls:

- zweimal hintereinander entweder zwei Kleingewinne oder zwei Nieten gezogen werden, oder falls
- nachdem eine Niete gezogen wurde ein Kleingewinn folgt, oder falls
- ein Hauptgewinn gezogen wurde.

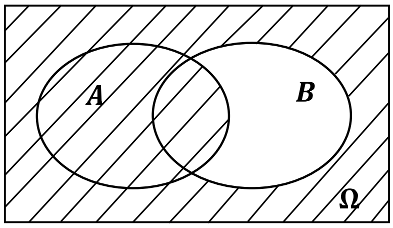
Die Ziehung von drei Losen hintereinander wird dabei als Zufallsexperiment aufgefasst. Die relativen Häufigkeiten werden als Wahrscheinlichkeiten interpretiert. Die Kundin Frau Becker kauft drei Lose.

3.1 Erstellen Sie ein vollständiges Baumdiagramm und bestimmen Sie den Ergebnisraum sowie die Wahrscheinlichkeiten aller Elementarereignisse. Geben Sie die Ergebnisse als Brüche an. Bestimmen Sie anschließend $|\Omega|$. (5 BE)

3.2 Gegeben sei nun das Ereignis E_1: *„Frau Becker zieht nur Gewinne und keine Nieten“.* Formulieren Sie E_1 in aufzählender Mengenschreibweise und berechnen Sie anschließend die Wahrscheinlichkeit $P(E_1)$. (2 BE)

3.3 Interpretieren Sie das Ereignis $E_2 = \{NN; KK\}$ möglichst knapp in eigenen Worten und geben Sie $E_1 \cap E_2$ in aufzählender Mengenschreibweise an. (2 BE)

3.4 Gegeben sind zwei beliebige Ereignisse A und B. Geben Sie an, welches Ereignis in dem abgebildeten Venn-Diagramm dargestellt ist. (1 BE)



LÖSUNGSHINWEISE

Therese-von-Bayern-Schule 20.01.2023

Arbeitszeit: 55 Minuten 1. Schulaufgabe aus der Mathematik F11 B 30 BE

Hilfsmittel: Taschenrechner, Merkhilfe

Unterstreichen Sie Ergebnisse und runden Sie ggf. auf zwei Nachkommastellen. Antworten Sie auf Textaufgaben in einem Antwortsatz mit Bezug zum Sachzusammenhang. Begründen Sie alle Ihre Schritte genau z. B. durch Rechnungen oder klar verständliche Sätze. Achten Sie auf Rechtschreibung und eine saubere äußere Form.

1.0 Gegeben ist die reelle Funktion h mit $h(x) = -\sqrt{5} \cdot (x^4 - x^3 - 2x^2 + 2x)$ und $D_h = \mathbb{R}$.

1.1 Ermitteln Sie alle Nullstellen der Funktion h und deren Vielfachheiten. Stellen Sie den Funktionsterm anschließend in Produktform dar. (6 BE)

$$-\sqrt{5} \cdot (x^4 - x^3 - 2x^2 + 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x \cdot (x^3 - x^2 - 2x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0 \ \vee \ x^3 - x^2 - 2x + 2 = 0$$

Nullstelle durch Probieren: $x_2 = 1$

Mithilfe Polynomdivision folgt:

$$-\sqrt{5} \cdot x \cdot (x-1) \cdot (x^2 - 2) = 0$$

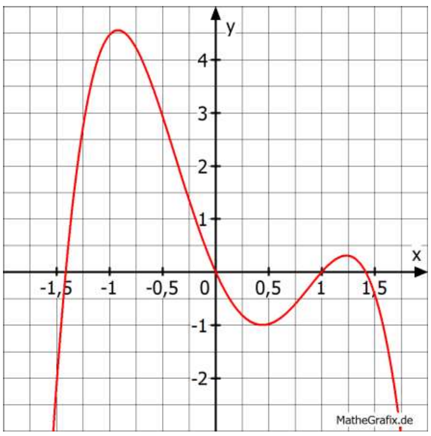
$$x^2 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x_3 = -\sqrt{2}; \ \ x_4 = \sqrt{2}$$

Es sind alles einfache Nullstellen ($x_1 = 0;\ x_2 = 1;\ x_3 = -\sqrt{2};\ x_4 = \sqrt{2}$)

Produktform: $h(x) = -\sqrt{5} \cdot x \cdot (x-1) \cdot (x+\sqrt{2}) \cdot (x-\sqrt{2})$

1.2 Skizzieren Sie den Graphen von h anhand Ihrer bisherigen Ergebnisse in einem kartesischen Koordinatensystem. (2 BE)



1.3 Begründen Sie die Richtigkeit folgender Aussage mithilfe fünf verschiedener Funktionsgleichungen: *„Der Funktionsterm einer auf ganz $\mathbb{R}$ definierten, ganzrationalen Funktion vierten Grades besitzt höchstens vier Nullstellen, kann aber auch nur drei, zwei, eine oder sogar gar keine Nullstelle aufweisen."* (2 BE)

$k(x) = x^4 + 1$ → keine Nullstellen
$l(x) = x^4$ → eine Nullstelle
$m(x) = x^2(x-2)^2$ → zwei Nullstellen
$n(x) = x^2(x+1)(x-1)$ → drei Nullstellen
$p(x) = x(x+1)(x-1)(x-2)$ → vier Nullstellen

(0,5 BE Abzug bei falsch genannter Funktion)

2.0 Die Wasserrutsche eines Freizeitparks, welche sich gerade in der Planungsphase befindet, wird modellhaft betrachtet. Der untenstehende Graph G_r beschreibt die Rutschbahnhöhe über der Wasseroberfläche an der Stelle x und kann näherungsweise durch eine ganzrationale Funktion r dritten Grades mit eingeschränktem Definitionsbereich beschrieben werden. Der Graph besitzt nur ganzzahlige Nullstellen.

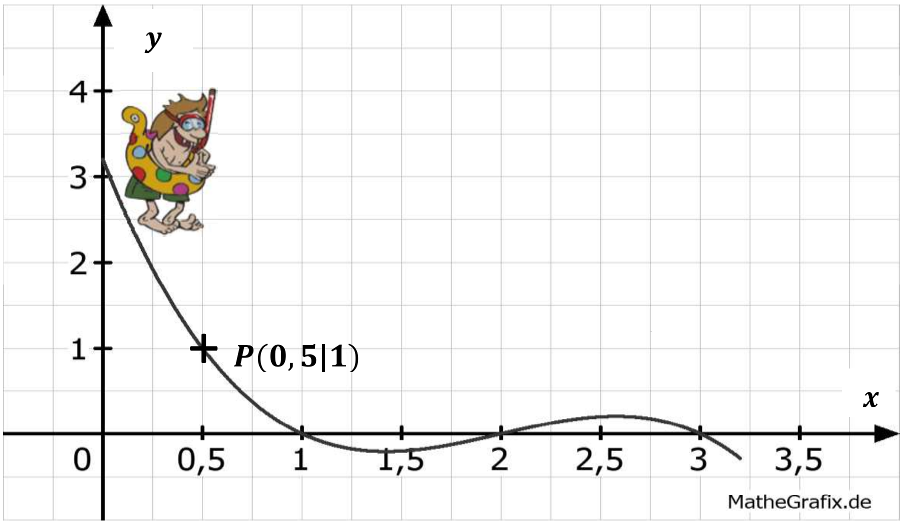


Abbildung 2: Wasserrutsche.
Quelle des Cartoons: https://www.furgler.at/wellness/hotel-hallenbad-serfaus.html, Zugriff am 14.01.2021.

2.1 Bestimmen Sie aus der Grafik näherungsweise die Definitionsmenge sowie die Wertemenge von r. (2 BE)

$$D_r = [0; 3{,}2]$$

$$W_r = [-0{,}25; 3{,}2]$$

2.2 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung in allgemeiner Form mithilfe des abgebildeten Graphen G_r. Mögliches Teilergebnis: $r(x) = -\frac{8}{15}x^3 + \frac{16}{5}x^2 - \frac{88}{15}x + \frac{16}{5}$ (4 BE)

$$r(x) = a \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)$$

$$= a \cdot (x^2 - 3x + 2) \cdot (x-3)$$

$$= a \cdot (x^3 - 6x^2 + 11x - 6)$$

$P(0{,}5|1)$ in r: $\quad a \cdot ((0{,}5)^3 - 6 \cdot (0{,}5)^2 + 11 \cdot 0{,}5 - 6) = 1$

$$\Rightarrow a = -\frac{8}{15}$$

$$\Rightarrow r(x) = -\frac{8}{15}x^3 + \frac{16}{5}x^2 - \frac{88}{15}x + \frac{16}{5}$$

2.3 Ermitteln Sie die Höhe der Rutsche an der Stelle $x = 0{,}25$. (1 BE)

$$r(0{,}25) = -\frac{8}{15} \cdot ((0{,}25)^3 - 6 \cdot (0{,}25)^2 + 11 \cdot 0{,}25 - 6) = \frac{77}{40} = 1{,}925$$

2.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Höhe der Rutsche nur an der Stelle $x = 0$ exakt 3,2 Meter über der Wasseroberfläche liegt. (3 BE)

$$r(x) = 3{,}2$$

$$\Leftrightarrow -\frac{8}{15}x^3 + \frac{16}{5}x^2 - \frac{88}{15}x + \frac{16}{5} = 3{,}2$$

$$\Leftrightarrow x \cdot \left(-\frac{8}{15}x^2 + \frac{16}{5}x - \frac{88}{15}\right) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0 \quad \vee \quad -\frac{8}{15}x^2 + \frac{16}{5}x - \frac{88}{15} = 0$$

mit MNF (Diskriminante $D < 0$) folgt, dass keine weiteren Lösungen existieren.

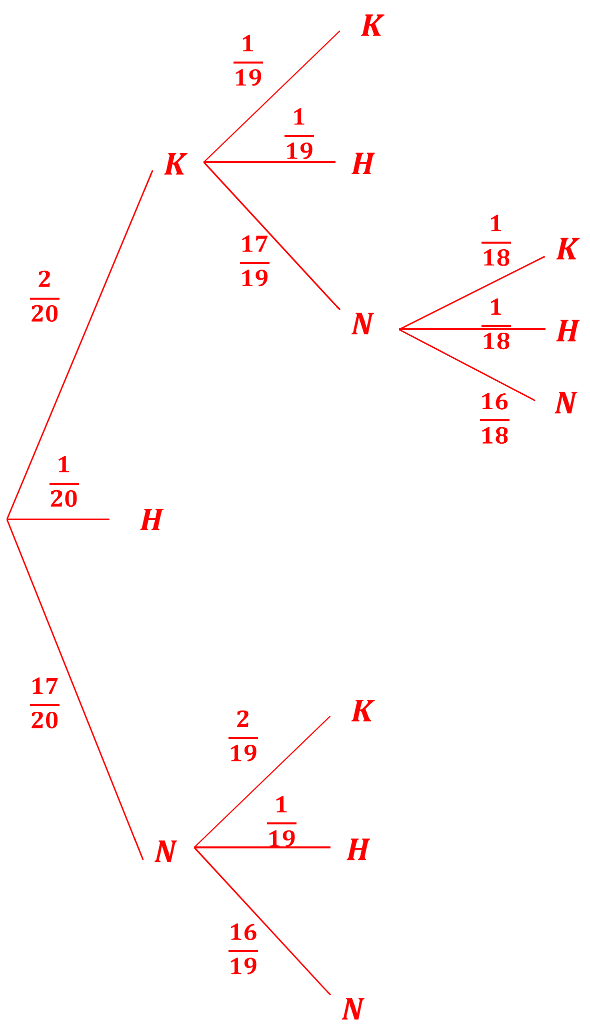
$\Rightarrow$ einzige Lösung: $x_1 = 0$

3.0 Auf einem Jahrmarkt verkauft Herr Schmid Lose zum Stückpreis von 0,50 €. In seiner Lostrommel befinden sich insgesamt 20 Lose. Davon sind zwei der Lose Kleingewinne (K), ein Hauptgewinn (H) und die restlichen Lose sind Nieten (N). Die Ziehung wird aufgrund der von Herrn Schmid festgelegten Spielregeln frühzeitig beendet, falls:

- zweimal hintereinander entweder zwei Kleingewinne oder zwei Nieten gezogen werden, oder falls
- nachdem eine Niete gezogen wurde ein Kleingewinn folgt, oder falls
- ein Hauptgewinn gezogen wurde.

Die Ziehung von drei Losen hintereinander wird dabei als Zufallsexperiment aufgefasst. Die relativen Häufigkeiten werden als Wahrscheinlichkeiten interpretiert. Die Kundin Frau Becker kauft drei Lose.

3.1 Erstellen Sie ein vollständiges Baumdiagramm und bestimmen Sie den Ergebnisraum sowie die Wahrscheinlichkeiten aller Elementarereignisse. Geben Sie die Ergebnisse als Brüche an. Bestimmen Sie anschließend $|\Omega|$. (5 BE)



$\Omega = \{$	P
KK	$\frac{1}{190}$
KH	$\frac{1}{190}$
KNK	$\frac{17}{3420}$
KNH	$\frac{17}{3420}$
KNN	$\frac{68}{855}$
H	$\frac{1}{20}$
NK	$\frac{17}{190}$
NH	$\frac{17}{380}$
$NN\}$	$\frac{68}{95}$

$|\Omega| = 9$

3.2 Gegeben sei nun das Ereignis E_1: *„Frau Becker zieht nur Gewinne und keine Nieten".* Formulieren Sie E_1 in aufzählender Mengenschreibweise und berechnen Sie anschließend die Wahrscheinlichkeit $P(E_1)$. (2 BE)

$$E_1 = \{KK; KH; H\}$$

$$P(E_1) = \frac{1}{190} + \frac{1}{190} + \frac{1}{20} = \frac{23}{380}$$

3.3 Interpretieren Sie das Ereignis $E_2 = \{NN; KK\}$ möglichst knapp in eigenen Worten und geben Sie $E_1 \cap E_2$ in aufzählender Mengenschreibweise an. (2 BE)

E_2: „Frau Becker zieht exakt zwei gleiche Lose".

$E_1 \cap E_2 = \{KK\}$

3.4 Gegeben sind zwei beliebige Ereignisse A und B. Geben Sie an, welches Ereignis in dem abgebildeten Venn-Diagramm dargestellt ist. (1 BE)

Im Venn-Diagramm ist das Ereignis $A \cup \overline{B}$ dargestellt.

Therese-von-Bayern-Schule 01.02.2023

Arbeitszeit: 55 Minuten 1. Schulaufgabe aus der Mathematik F11A 30 BE

Hilfsmittel: Taschenrechner, Merkhilfe

Unterstreichen Sie Ergebnisse und runden Sie ggf. auf zwei Nachkommastellen. Antworten Sie auf Textaufgaben in einem Antwortsatz mit Bezug zum Sachzusammenhang. Begründen Sie alle Ihre Schritte genau z. B. durch Rechnungen oder klar verständliche Sätze. Achten Sie auf Rechtschreibung und eine saubere äußere Form.

1.0 Gegeben ist die reelle Funktion g mit $g(x) = -3 \cdot (2x^5 + 3x^3 - 2x)$.

1.1 Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion g und geben Sie deren Vielfachheiten an. Geben Sie anschließend den Funktionsterm in Produktform an. (6 BE)

1.2 Bestimmen Sie das Symmetrieverhalten des Graphen G_g mit kurzer Begründung. (1 BE)

1.3 Der Punkt $A(1|-9)$ liege auf dem Graphen der Funktion h mit $h(x) = ax^3 + 6x - 6$. Ermitteln Sie den Wert des Parameters a und zeigen Sie, dass A ein Schnittpunkt von G_g und G_h ist. (3 BE)

2.0 Ein Hersteller von Büroklammern hat sich eine neue Maschine zugelegt, welche aus Metall Büroklammern formt. Eine elektronische Messeinheit prüft nach der Fertigung, ob die Büroklammer entweder den gewünschten Maßen entspricht oder aufgrund von fehlerhaften Abmessungen in die Ausschuss-Kiste ausgesondert werden muss. Da die gekaufte Maschine zur Büroklammerfertigung noch nicht einwandfrei funktioniert, muss diese automatisch nachkalibriert werden, um den Ausschuss möglichst gering zu halten. Die Anzahl der fehlerhaften Büroklammern pro Minute (Ausschussrate) zum Zeitpunkt t in Minuten lässt sich durch die Funktion A mit $A(t) = -1{,}4t^3 + 11{,}3t^2 + 20t + 70$ und $D_A = [0; 10]$ darstellen.

2.1 Zeichnen Sie den Graphen der Funktion im Bereich $0 \leq t \leq 10$ und $0 \leq A(t) \leq 300$ in ein kartesisches Koordinatensystem, wobei die abhängige Größe auf der senkrechten Achse eingetragen wird ($1cm \ \hat{=}\ 1\ Minute$, $1cm \ \hat{=}\ 50\ Büroklammern\ pro\ Minute$). (4 BE)

2.2 Berechnen Sie die Ausschussrate nach 90 Sekunden Laufzeit der Maschine. (1 BE)

2.3 Berechnen Sie die Zeit, nach der die Ausschussrate genau 70 Büroklammern pro Minute beträgt. (3 BE)

2.4 Begründen Sie rechnerisch, ob folgende Aussage wahr oder falsch ist: (2 BE)

„Die Ausschussrate nahm ab der ersten Inbetriebnahme der Maschine innerhalb 60 Sekunden um 31 Ausschuss-Teile pro Minute zu“.

3.0 Ronja und Tanja spielen ein Strategiespiel. Die Gewinnchance für ein Einzelspiel von Ronja liegt bei 60%, da sie schlauer als Tanja ist. Das Ereignis R ist definiert als R*: „Ronja gewinnt ein Einzelspiel“*.

Sie legen fest, dass die Siegerin des Tages diejenige von beiden ist, welche entweder drei Einzelspiele insgesamt gewinnt oder zuerst zwei Einzelspiele hintereinander gewinnt. Nach vier Einzelspielen geht es unentschieden für beide aus. Tritt eines dieser drei oben genannten Ereignisse ein, so wird das Spiel abgebrochen, da entweder ein eindeutiger Sieger feststeht oder es insgesamt unentschieden für beide ausgeht.

Die relativen Häufigkeiten werden als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

3.1 Erstellen Sie ein vollständiges Baumdiagramm und bestimmen Sie mithilfe dessen den Ergebnisraum, die Mächtigkeit des Ergebnisraums sowie die Wahrscheinlichkeiten aller Elementarereignisse. (6 BE)

3.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E_1: *„Eine Spielerin ist spätestens nach den ersten beiden Einzelspielen auch die Gesamtsiegerin“*. (1 BE)

3.3 Gegeben ist das Ereignis $E_2 = \{R\bar{R}\bar{R};\ \bar{R}RR;\ \bar{R}\bar{R}\}$. Geben Sie $\overline{E_1 \cup E_2}$ in aufzählender Mengenschreibweise an und stellen Sie $\overline{E_1 \cup E_2}$ mithilfe eines Venn-Diagramms dar. (2 BE)

3.4 Erläutern Sie die Bedeutung des mathematischen Ausdrucks $P(\{\ \}) = 0$ im Sachzusammenhang. (1 BE)

LÖSUNGSHINWEISE

Therese-von-Bayern-Schule 01.02.2023

Arbeitszeit: 55 Minuten 1. Schulaufgabe aus der Mathematik F11A 30 BE

Hilfsmittel: Taschenrechner, Merkhilfe

Unterstreichen Sie Ergebnisse und runden Sie ggf. auf zwei Nachkommastellen. Antworten Sie auf Textaufgaben in einem Antwortsatz mit Bezug zum Sachzusammenhang. Begründen Sie alle Ihre Schritte genau z. B. durch Rechnungen oder klar verständliche Sätze. Achten Sie auf Rechtschreibung und eine saubere äußere Form.

1.0 Gegeben ist die reelle Funktion g mit $g(x) = -3 \cdot (2x^5 + 3x^3 - 2x)$.

1.1 Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion g und geben Sie deren Vielfachheiten an. Geben Sie anschließend den Funktionsterm in Produktform an. (6 BE)

$$-3 \cdot (2x^5 + 3x^3 - 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -3x(2x^4 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0 \ \vee 2x^4 + 3x^2 - 2 = 0$$

Substitution: $x^2 = z$

$$\Rightarrow 2z^2 + 3z - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \mathrm{z}_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4}$$

$$\Rightarrow z_1 = -2; \quad z_2 = \frac{1}{2}$$

Rücksubstitution: $z = x^2$

$(I)\ x^2 = -2 \Rightarrow$ keine Lösungen

$(II)\ x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\ ;\ x_4 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow$ Alles sind einfache Nullstellen (bei $x_1 = 0;\ x_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\ ;\ x_4 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$)

$$g(x) = -6x \cdot \left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot (x^2 + 2)$$

1.2 Bestimmen Sie das Symmetrieverhalten des Graphen G_g mit kurzer Begründung. (1 BE)

Da die Funktion g ausschließlich aus ungeraden Potenzen von x besteht, ist der Graph von g punktsymmetrisch zum Ursprung.

1.3 Der Punkt $A(1|-9)$ liege auf dem Graphen der Funktion h mit $h(x) = ax^3 + 6x - 6$. Ermitteln Sie den Wert des Parameters a und zeigen Sie, dass A ein Schnittpunkt von G_g und G_h ist. (3 BE)

$$h(x) = ax^3 + 6x - 6$$

z.B. $A(1|-9)$ in p: $\quad a \cdot 1^3 + 6 \cdot 1 - 6 = -9$

$$\Rightarrow a = -9$$

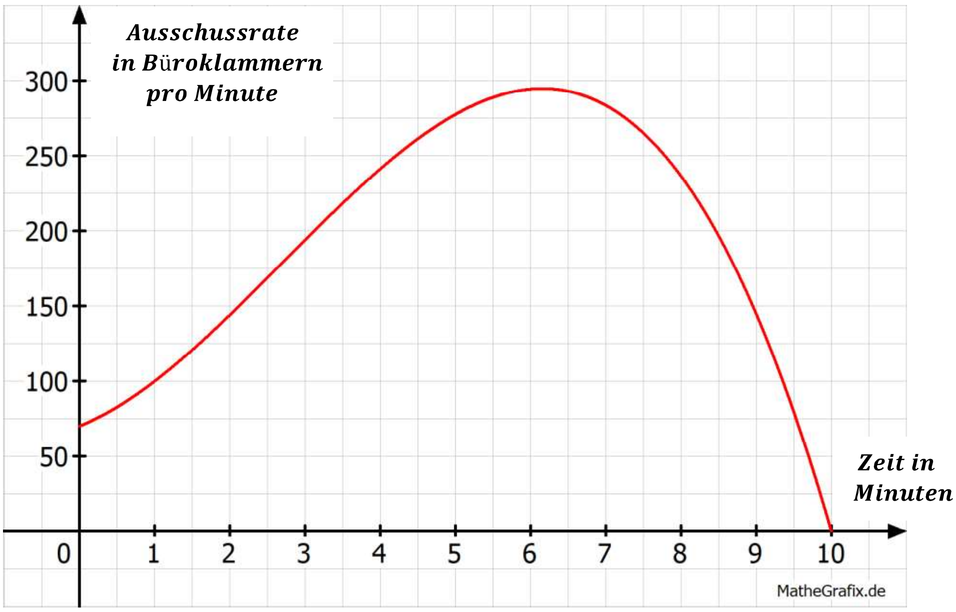
$$\Rightarrow h(x) = -9x^3 + 6x - 6$$

$$g(1) = -3 \cdot (2 + 3 - 2) = -9 = h(1)$$

$\Rightarrow A(1|-9)$ ist ein gemeinsamer Punkt von G_g und G_h.

2.0 Ein Hersteller von Büroklammern hat sich eine neue Maschine zugelegt, welche aus Metall Büroklammern formt. Eine elektronische Messeinheit prüft nach der Fertigung, ob die Büroklammer entweder den gewünschten Maßen entspricht oder aufgrund von fehlerhaften Abmessungen in die Ausschuss-Kiste ausgesondert werden muss. Da die gekaufte Maschine zur Büroklammerfertigung noch nicht einwandfrei funktioniert, muss diese automatisch nachkalibriert werden, um den Ausschuss möglichst gering zu halten. Die Anzahl der fehlerhaften Büroklammern pro Minute (Ausschussrate) zum Zeitpunkt t in Minuten lässt sich durch die Funktion A mit $A(t) = -1{,}4t^3 + 11{,}3t^2 + 20t + 70$ und $D_A = [0; 10]$ darstellen.

2.1 Zeichnen Sie den Graphen der Funktion im Bereich $0 \leq t \leq 10$ und $0 \leq A(t) \leq 300$ in ein kartesisches Koordinatensystem, wobei die abhängige Größe auf der senkrechten Achse eingetragen wird ($1cm \triangleq 1\ Minute$, $1cm \triangleq 50\ Büroklammern\ pro\ Minute$). (4 BE)



2.2 Berechnen Sie die Ausschussrate nach 90 Sekunden Laufzeit der Maschine. (1 BE)

$$A(1{,}5) = -1{,}4 \cdot (1{,}5)^3 + 11{,}3 \cdot (1{,}5)^2 + 20 \cdot 1{,}5 + 70 = 120{,}7 \approx 121 \frac{Büroklammern}{Minute}$$

2.3 Berechnen Sie die Zeit, nach der die Ausschussrate genau 70 Büroklammern pro Minute beträgt. (3 BE)

$$-1{,}4t^3 + 11{,}3t^2 + 20t + 70 = 70$$

$$\Leftrightarrow -1{,}4t^3 + 11{,}3t^2 + 20t = 0$$

$$\Leftrightarrow t \cdot (-1{,}4t^2 + 11{,}3t + 20) = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = 0 \quad \vee -1{,}4t^2 + 11{,}3t + 20 = 0$$

$$-1{,}4t^2 + 11{,}3t + 20 = 0$$

$$t_{1/2} = \frac{-11{,}3 \pm \sqrt{(11{,}3)^2 + 1{,}4 \cdot 80}}{-2{,}8} \approx \frac{-11{,}3 \pm 15{,}482}{-2{,}8}$$

Mit MNF folgt: $t_2 \approx -1{,}49 \notin D_A$; $t_3 \approx 9{,}56$

$\Rightarrow$ Nach ungefähr $9{,}56\ \boldsymbol{Minuten}$ beträgt die Ausschussrate $70\,\frac{\boldsymbol{Büroklammern}}{\boldsymbol{Minute}}$.

2.4 Begründen Sie rechnerisch, ob folgende Aussage wahr oder falsch ist: (2 BE)
„Die Ausschussrate nahm ab der ersten Inbetriebnahme der Maschine innerhalb 60 Sekunden um 31 Ausschuss-Teile pro Minute zu“.

$$A(1) = -1{,}4 \cdot 1^3 + 11{,}3 \cdot 1^2 + 20 \cdot 1 + 70 = 99{,}9$$

$$A(0) = 70$$

$$A(1) - A(0) = 29{,}9 < 31$$

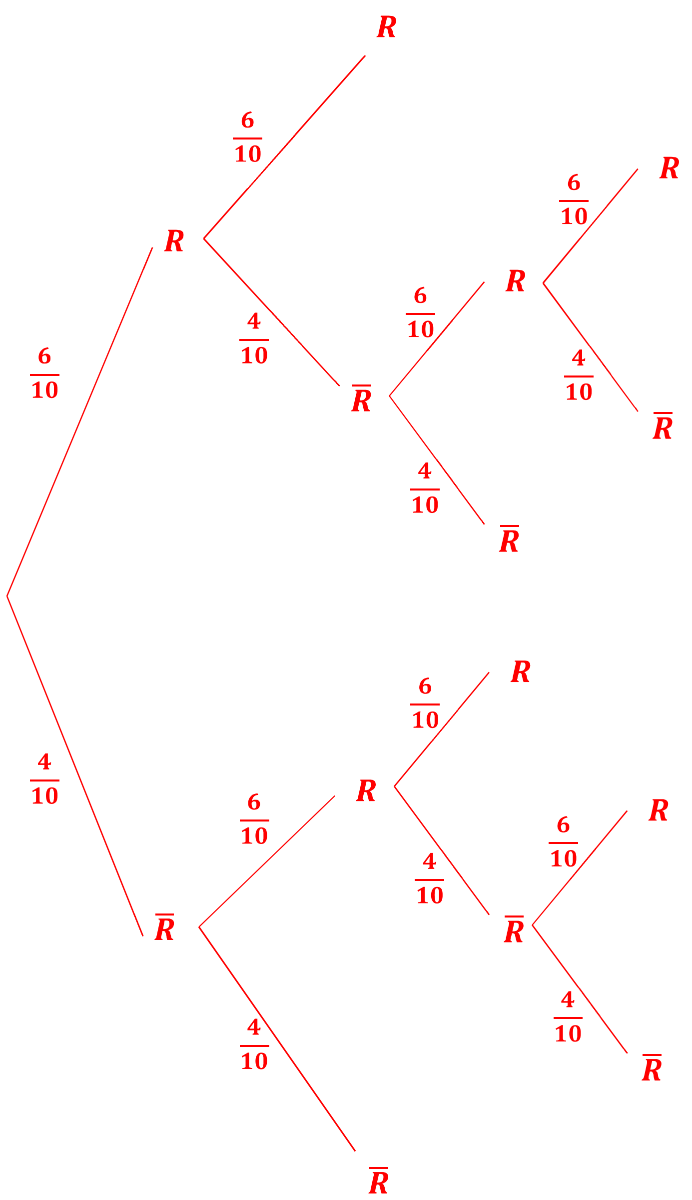
Die Aussage ist falsch, da die Ausschussrate der Maschine innerhalb der ersten 60 Sekunden nur um etwa $30\,\frac{\boldsymbol{Büroklammern}}{\boldsymbol{Minute}}$ zunahm.

3.0 Ronja und Tanja spielen ein Strategiespiel. Die Gewinnchance für ein Einzelspiel von Ronja liegt bei 60%, da sie schlauer als Tanja ist. Das Ereignis R ist definiert als R: *„Ronja gewinnt ein Einzelspiel"*.

Sie legen fest, dass die Siegerin des Tages diejenige von beiden ist, welche entweder drei Einzelspiele insgesamt gewinnt oder zuerst zwei Einzelspiele hintereinander gewinnt. Nach vier Einzelspielen geht es unentschieden für beide aus. Tritt eines dieser drei oben genannten Ereignisse ein, so wird das Spiel abgebrochen, da entweder ein eindeutiger Sieger feststeht oder es insgesamt unentschieden für beide ausgeht.

Die relativen Häufigkeiten werden als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

3.1 Erstellen Sie ein vollständiges Baumdiagramm und bestimmen Sie mithilfe dessen den Ergebnisraum, die Mächtigkeit des Ergebnisraums sowie die Wahrscheinlichkeiten aller Elementarereignisse. (6 BE)



$\Omega = \{$	P	
RR	$\frac{36}{100}$	$= \frac{9}{25}$
$R\overline{R}RR$	$\frac{864}{10000}$	$= \frac{54}{625}$
$R\overline{R}R\overline{R}$	$\frac{576}{10000}$	$= \frac{36}{625}$
$R\overline{R}\,\overline{R}$	$\frac{96}{1000}$	$= \frac{12}{125}$
$\overline{R}RR$	$\frac{144}{1000}$	$= \frac{18}{125}$
$\overline{R}R\overline{R}R$	$\frac{576}{10000}$	$= \frac{36}{625}$
$\overline{R}R\overline{R}\,\overline{R}$	$\frac{384}{10000}$	$= \frac{24}{625}$
$\overline{R}\,\overline{R}\ \}$	$\frac{16}{100}$	$= \frac{4}{25}$

$|\Omega| = 8$

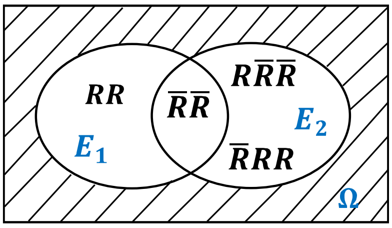
3.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E_1: *„Eine Spielerin ist spätestens nach den ersten beiden Einzelspielen auch die Gesamtsiegerin“*. (1 BE)

$$E_1 = \{RR;\ \bar{R}\bar{R}\}$$

$$P(E_1) = \frac{36}{100} + \frac{16}{100} = 52\%$$

3.3 Gegeben ist das Ereignis $E_2 = \{R\bar{R}\bar{R};\ \bar{R}RR;\ \bar{R}\bar{R}\}$. Geben Sie $\overline{E_1 \cup \mathrm{E}_2}$ in aufzählender Mengenschreibweise an und stellen Sie $\overline{E_1 \cup \mathrm{E}_2}$ mithilfe eines Venn-Diagramms dar. (2 BE)

$$\overline{E_1 \cup \mathrm{E}_2} = \{R\bar{R}RR;\ R\bar{R}R\bar{R};\bar{R}R\bar{R}R;\bar{R}R\bar{R}\bar{R}\}$$



3.4 Erläutern Sie die Bedeutung des mathematischen Ausdrucks $P(\{\ \}) = 0$ im Sachzusammenhang. (1 BE)

$P(\{\ \}) = 0$ beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass ein unmögliches Ereignis eintritt.
Die Wahrscheinlichkeit, dass dieses Ereignis eintritt liegt bei $P(\{\ \}) = 0$, weil es in keinem Fall jemals eintreten kann.
In diesem Fall wäre ein unmögliches Ereignis, dass z. B. eine Spielerin drei Spiele hintereinander gewinnt, da die Siegerin bereits nach zwei nacheinander gewonnenen Spielen feststeht.