

Arbeitszeit: 75min; 40 BE; Taschenrechner, Merkhilfe

Analysis (26 BE):

1.0 Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades hat im Punkt P (1 | 6) eine waagrechte Tangente und in Q (0 | 4) einen Wendepunkt.

1.1 Skizzieren Sie einen möglichen Verlauf des Graphen der Funktion (2 BE)

1.2 Bestimmen Sie rechnerisch den Funktionsterm. (6 BE)

2. Einem Bastler liegt Lack für den Anstrich einer Fläche von 150 cm^2 vor. Er möchte einen Quader mit möglichst großem Volumen und quadratischer Grundfläche (Seitenlänge a) basteln und die Oberfläche außen komplett lackieren.

Ermitteln Sie die Zielfunktion $V(a)$ für das Volumen in Abhängigkeit von der Seitenlänge a .

(3 BE)

3.0 Eine Firma produziert Solarmodule. Der Absatz in Abhängigkeit von der Zeit kann durch die folgende ganzrationale Funktion beschrieben werden:

$$A(t) = -0,1t^3 + 1,2t^2 - 0,4t + 5; t \in [0; 10], \text{ wobei } t \text{ für die Zeit in Monaten steht und } A(t) \text{ für den Absatz in Mengeneinheiten (ME).}$$

3.1 Berechnen Sie den Zeitpunkt und die Höhe des absolut maximalen Absatzes. (6 BE)

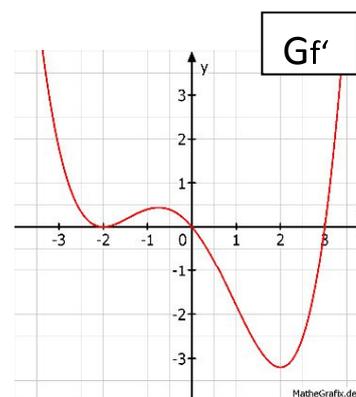
3.2 Bestimmen Sie, zu welchem Zeitpunkt sich der Absatz am stärksten verändert hat und untersuchen Sie, ob es sich um eine Absatzsteigerung oder einen Absatzrückgang handelt.

Bestimmen Sie auch die Höhe der Absatzänderung zu diesem Zeitpunkt. (3 BE)

4.0 Das Bild zeigt den Graphen der 1. Ableitung einer Funktion f .

4.1 Geben Sie möglichst viele verschiedene Eigenschaften des Graphen der Funktion f an (mit Begründung). (4 BE)

4.2 Skizzieren Sie den Graphen der 2. Ableitung von f . (2 BE)



Bitte wenden!

Stochastik (14 BE)

- 1.0 Nach der Einführung einer neuen Kino-Card will der Anbieter das Nutzungsverhalten seiner Kunden analysieren und überprüft, wie häufig die Card von den Kunden genutzt wird. Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der Kinobesuche pro Kunde in einem Zeitraum von 14 Tagen an. Mehr als 5 Besuche pro Kunde kommen nicht vor. Bei Verwendung geeigneter Parameter $a, b \in \mathbb{R}$ gilt hierfür die folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung:

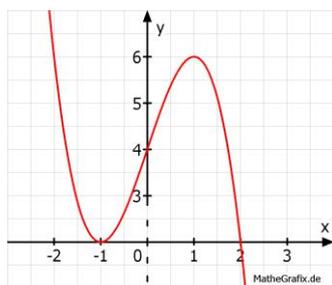
x	0	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0,05	3b	a	0,25	0,1	b

- 1.1 Berechnen Sie die Parameter a und b , wenn die Wahrscheinlichkeit, dass weniger als dreimal das Kino besucht wird, 60% beträgt. (Teilergebnis: $a = 0,4$) (4 BE)
- 1.2 Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung geeignet graphisch dar. (2 BE)
- 1.3 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zufallswerte innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen. (3 BE)
- 2.0 Bei einem Spiel mit 0,50 € Einsatz wird ein Würfel zweimal geworfen. Ist das Produkt der geworfenen Augenzahlen größer als 20, so erhält man etwas ausbezahlt.
- 2.1 Geben Sie die Ergebnisse für eine Auszahlung in aufzählender Mengenschreibweise an. (1 BE)
- 2.2 Wie hoch muss diese Auszahlung sein, damit es sich um ein faires Spiel handelt? (2 BE)
3. Zwei Glücksräder tragen in gleich großen Abschnitten die Zahlen 1 bis 3. Beide Glücksräder werden gedreht und die Zahlen addiert. Ist das Ergebnis größer als 5, wird der Hauptgewinn von 100,00 € ausgeschüttet, ansonsten erhält man nichts. Die Zufallsgröße Y gibt die Auszahlung des Spiels an. Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Spiels an. (2 BE)

VIEL ERFOLG!

Lösungsvorschlag:

1.1



2 BE

1.2

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

$$f(0) = 4 \Rightarrow d = 4 \quad \checkmark$$

$$f''(0) = 0 \Rightarrow b = 0 \quad \checkmark$$

$$f'(1) = 0 \Rightarrow 0 = 3a + c \Rightarrow c = -3a \quad \checkmark$$

$$f(1) = 6 \Rightarrow 6 = a + c + 4 \quad \checkmark$$

$$6 = a - 3a + 4$$

$$2 = -2a \Rightarrow a = -1 \Rightarrow c = 3 \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow f(x) = -x^3 + 3x + 4 \quad \checkmark$$

6 BE

$$2. \quad O = 2a^2 + 4ah; \quad V = a^2h \quad \checkmark$$

$$150 = 2a^2 + 4ah \Rightarrow h = \frac{37,5}{a} - 0,5a \Rightarrow V(a) = a^2 \cdot \left(\frac{37,5}{a} - 0,5a\right) = 37,5a - 0,5a^3 \quad \checkmark \quad 3 \text{ BE}$$

$$3.1 \quad A'(t) = -0,3t^2 + 2,4t - 0,4 \quad \checkmark$$

$$A'(t) = 0 \Rightarrow t_1 = 7,83, \quad t_2 = 0,17 \quad \checkmark$$

$$A''(t) = -0,6t + 2,4; \quad A''(0,17) > 0 \rightarrow \text{Min.}; \quad A''(7,83) < 0 \rightarrow \text{Max.} \quad \checkmark$$

$$A(7,83) = 27,44; \quad \checkmark \quad \text{Randwerte:} \quad A(0) = 5 \quad A(10) = 21 \quad \checkmark$$

Nach 7,8 Monaten (am ist der Absatz maximal und beträgt 27,43 ME) \checkmark

6 BE

$$3.2 \quad A''(t) = -0,6t + 2,4$$

$$0 = -0,6t + 2,4 \rightarrow t = 4 \quad \checkmark$$

$$A'(4) = 4,4 \quad \checkmark$$

Im WEP wechselt der Graph von einer Links- in eine Rechtskrümmung (Nachweis graphisch \checkmark oder rechnerisch) \Rightarrow Nach 4 Monaten tritt die größte Absatzsteigerung mit 4,4 ME/Mon. ein.

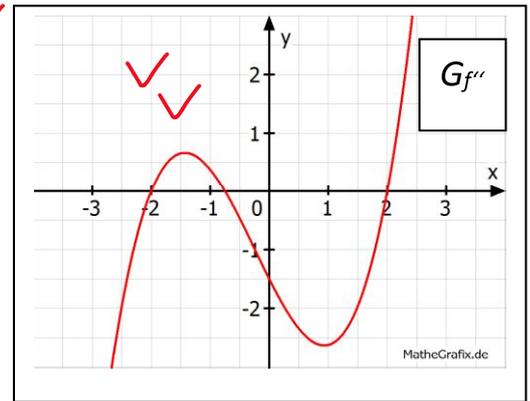
3 BE

4.1 Der Graph der Funktion hat einen TEP bei $x=-2$, da die Ableitung dort eine doppelte Nullstelle aufweist. ✓

Der Graph der Funktion hat einen HOP an der Stelle $x=0$ und einen TIP bei $x=3$, da dort $f'=0$. ✓

Der Graph der Funktion ändert sein Krümmungsverhalten bei $x=-2$ sowie bei $x=2$ und $x=-0,8$, da dort Extrema von f' vorliegen. ✓

Der Graph hat den Grad 5, da f' Grad 4 ist. ✓ 4 BE



4.2 s.o.

2 BE

Stochastik:

1.1 I) $1 = 0,05 + 3b + a + 0,25 + 0,1 + b$ ✓

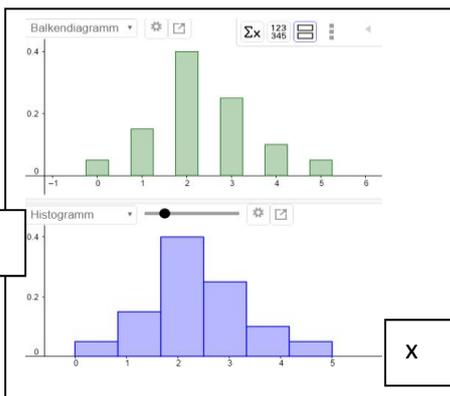
$\Rightarrow 0,6 = 4b + a$ ✓

II) $0,6 = 0,05 + 3b + a$ ✓

a in II: $0,55 = 3b + 0,6 - 4b \Rightarrow b = 0,05 \Rightarrow a = 0,4$ ✓

4 BE

1.2



✓ ✓

(obiges als Stabdiagramm)

2 BE

1.3 $E(X) = 0,15 + 0,8 + 0,75 + 0,4 + 0,25 = 2,35$ ✓

$Var(x) = 1,3275 \Rightarrow \sigma = 1,152$ ✓

$P(1,2) \leq X \leq P(3,5) \Rightarrow P(2) + P(3) = 0,65$ ✓

3 BE

2.1 $E = \{66;65,56;64,46;55\}$ ✓

1 BE

2.2 aus 2.1 $\Rightarrow P(E) = \frac{1}{6}$; $E(X) = \frac{5}{6}(-0,5) + \frac{1}{6}(x - 0,5)$; $E(X) = 0 \Rightarrow x = 3$, also 3,00 € ✓ 2 BE

3.

Y	0	100	✓
P(y=Y)	$\frac{8}{9}$	$\frac{1}{9}$	✓

2 BE