Therese-von-Bayern-Schule

1. Schulaufgabe im Fach Mathematik

Name: .... **BE:** /40

Klasse: B12 **Datum:** **Punkte:**

Arbeitszeit: 75 Minuten ☺ **Viel Erfolg!**

Zugelassene Hilfsmittel: Merkhilfe, Taschenrechner

Runden Sie bei Bedarf auf zwei Nachkommastellen

Aufgabe 1 (/11 BE)

Für die Funktion $h(x) = \frac{1}{9}x^4 - 2x^2 + 9 \ mit \ D = \mathbb{R}$ und deren Graph G_h sollen bestimmte Punkte bzw. Eigenschaften ermittelt werden.

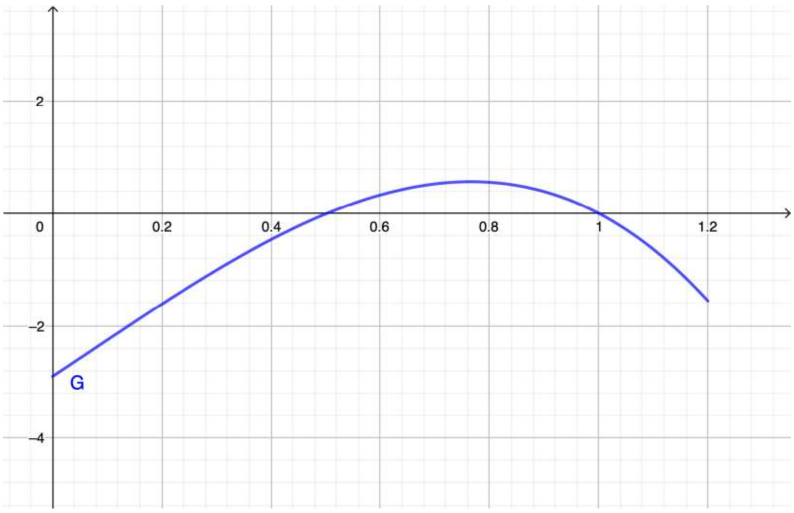
1.1 Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte der Funktion h und geben Sie die Vielfachheiten an. (4 BE)

1.2 Ermitteln Sie h'(x) sowie h''(x). (1 BE)

1.3 Fertigen Sie eine Skizze des Graphen G_h an. (2 BE)

1.4 Diskutieren Sie (ggf. mit Hilfe weiterer Skizzen und/oder Berechnungen) zwei weitere Eigenschaften von G_h ! (4 BE)

Aufgabe 2 (____/ 7 BE)



Die Kögl GmbH stellt die Kosten für die Fertigung ihrer Produkte den Erlösen in der Controlling- Abteilung graphisch gegenüber und erhält somit den Graph der Gewinnfunktion (siehe nebenstehendes Schaubild).

Die Funktion lässt sich durch

$$G(x) = -4{,}5x^3 + x^2 + 6{,}4x - 2{,}9$$

im Bereich von $x \in [0; 1{,}2]$ beschreiben.

Die x- Koordinate gibt dabei die Stückzahlen in 1000 Stück an und der Funktionswert den Gesamtgewinn in 1000 EURO.

2.1 Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion und interpretieren Sie die Werte hinsichtlich des Zusammenhangs mit der Erlös- und der Kostenfunktion an diesen Stellen. (4 BE)

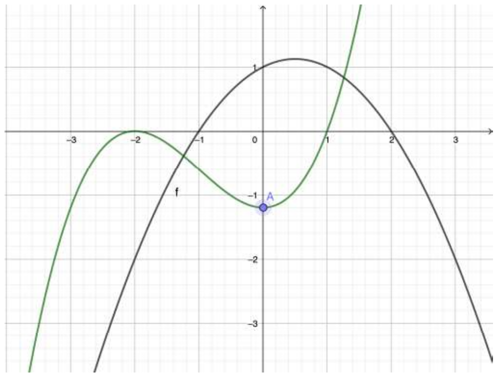
2.2 Berechnen Sie das Gewinnmaximum. (3 BE)

Bitte wenden!

Aufgabe 3 (___/ 7 BE)

In unten stehendem Koordinatensystem sind zwei Graphen G_f und G_g abgebildet.

3.1 Ermitteln Sie die Funktionsgleichungen, die den Graphen zugrunde liegen. Beachten Sie hierbei, dass der Punkt A(0/-1,2) auf dem Graph der Funktion g liegt und alle anderen Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen aus der Zeichnung entnommen werden können. (4 BE)



3.2 Begründen Sie, ob die folgenden Aussagen bzgl. der Graphen von f und g und der Graphen ihrer Ableitungsfunktionen richtig oder falsch sind. (3 BE)

a) Der Graph der Ableitungsfunktion g' hat zwei Nullstellen.

b) Der Graph der 2. Ableitungsfunktion von f ist im Intervall x ∈ [-∞; 0,5] streng monoton steigend.

Aufgabe 4 (___/ 6 BE)

Die Kögl GmbH fertigt u.a. Fahrradteile. Um das Angebot besser auf die Kunden abzustimmen, wird eine Kundenumfrage durchgeführt. Von 500 befragten Kunden, würden sich 320 für einen Aluminiumrahmen (A) entscheiden, die restlichen Kunden für einen Carbonrahmen. 200 Kunden der Kundenumfrage möchten eine Federgabel (F). Ein Carbonrad mit Federgabel bevorzugen 80 Kunden.

4.1 Ermitteln Sie $P_{\bar{A}}(\bar{F})$ anhand einer Vier-Felder-Tafel: und interpretieren Sie Ihr Ergebnis im Sachzusammenhang. (4 BE)

4.2 Begründen Sie, ob eine stochastische Abhängigkeit von Rahmen und Federgabel besteht. (2 BE)

Aufgabe 5 (___/ 9 BE)

Ein Würfel trägt auf einer Seitenfläche die Augenzahl 1, auf zwei Seitenflächen die Augenzahl 2 und auf drei Seitenflächen die Augenzahl 3. Bei einem Spiel wird dieser Würfel zweimal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit ist für das Auftreten jeder Seitenfläche gleich.

5.1 Zeichnen Sie für dieses Zufallsexperiment ein passendes Baumdiagramm und geben Sie die Elementarereignisse mit ihren Wahrscheinlichkeiten an (4 BE)

5.2 Im Folgenden werden zwei Ereignisse näher betrachtet:
A: „Es werden zwei verschiedene Augenzahlen gewürfelt."
B: „Die Augensumme ist ungerade."

5.2.1 Geben Sie das Ereignis B in aufzählender Mengenschreibweise an und berechnen Sie dessen Wahrscheinlichkeit. (2 BE)

5.2.2 Beschreiben Sie die folgende Ereignisverknüpfung in Worten und stellen Sie das Ereignis E in einem Venn-Diagramm dar: $\boldsymbol{E = \overline{\bar{A} \cup B}}$ (3 BE)

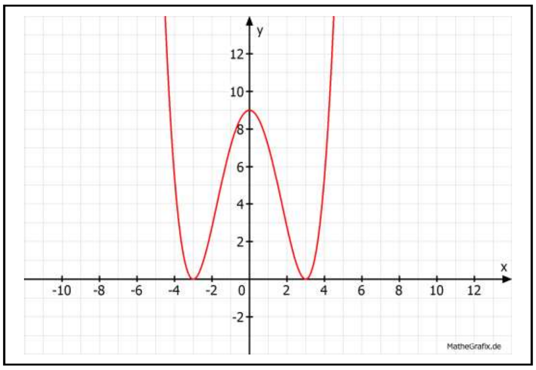
VIEL ERFOLG!

Lösung 1. SA BOS12 2020/21:

1.1 h(0)=9 $S_y(0|9)$ (1 BE); h(x)=0 (0,5 BE); u=x² (0,5 BE); $0 = \frac{1}{9}(u^2 - 18u + 81)$; $u_{\frac{1}{2}} = 9$, $x_{\frac{1}{2}} = 3$, $x_{3/4} = -3$ $(jew.\,doppelte\ NST)$ (2 BE)

1.2 $h'(x) = \frac{4}{9}x^3 - 4x$, $h''(x) = \frac{4}{3}x^2 - 4$ (1BE)

1.3. (2BE)



1.4 (3BE)

$G_{h'}$ *kommt von unten und geht nach oben, die Funktion hat eine Nullstelle bei* $x = 0$, *sowie NST bei* $x = 3$ *und* $x = -3$. G_h *hat somit bei* $x = -3$ *einen TIp, bei* $x = 0$ *einen HOP und bei* $x = 3$ *einen TIP;* $G_{h''}$ *kommt von oben und geht nach oben, die Funktion hat Nullstellen bei* $x_{1/2} = \pm\sqrt{3}$. G_h *hat somit an diesen Stellen jeweils einen Wendepunkt*

Da der Graph der 1. Ableitung punktsymmetrisch zum Ursprung ist, muss der Graph der Ursprungsfunktion achsensymmetrisch zur y-Achse sein; Weitere individuelle Lösungen möglich: Verhalten für $\pm\infty$, Krümmung

2.1 G(x) = 0 (0,5BE); 0 = $-4{,}5x^3+x^2+6{,}4x-2{,}9$; $x_1=1$ (0,5BE);
$(-4{,}5x^3+x^2+6{,}4x-2{,}9):(x-1) = -4{,}5x^2-3{,}5x+2{,}9$ (1BE) → $x_2= -1{,}28$ $(\notin D)$; $x_3=0{,}50$ (1BE)

Bei ca. 500 Stück und bei 1000 Stück sind die Kosten gleich mit den Erlösen, deshalb wird kein Gewinn erzielt. (1BE)

2.2 G'(x) = 0 (0,5BE); G'(x) = $-13{,}5x^2+2x+6{,}4$ (0,5BE); $x_1=0{,}77$; $x_2=-0{,}62$ $(\notin D)$ (0,5BE)

G''(x) = -27x+2; G''(0,77) <0 → Maximum (0,5BE); G(0,77) = 0,567 → Das Gewinnmaximum beträgt ca. 567 €. (1BE)

3.1 f(x) = a(x+1)(x-2); T(0/1) einsetzen → a = -0,5; f(x) = -0,5(x+1)(x-2) (2BE)
g(x) = $a(x+2)^2(x-1)$; A(0/-1,2) einsetzen → a= 0,3; g(x) = $0{,}3(x+2)^2(x-1)$ (2BE)

3.1 a) Richtig, da g einen HOP bei x=-2 und einen TIP bei x = 0 hat; dies sind die Nst. von g'.

b) Falsch, der Graph der 2. Ableitung von f ist eine konstante Funktion (je 1,5BE)

4.1

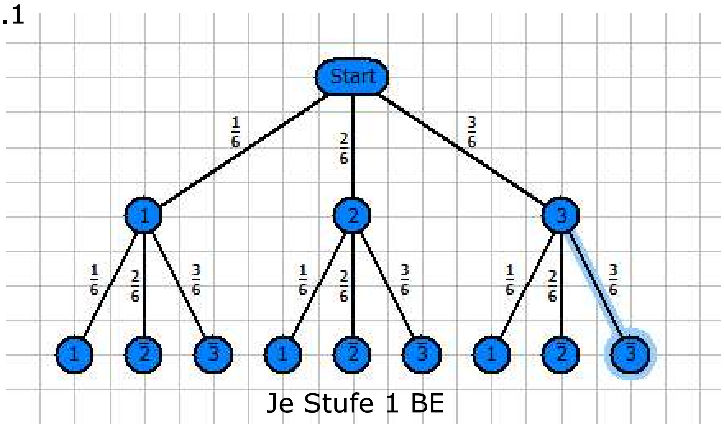
	A	Nicht A	
F	0,24	80/500 = 0,16	200/500 = 0,4
Nicht F	0,4	0,2	0,6
	320/500 = 0,64	0,36	500/500

2BE

$P_{\bar{A}}(\bar{F})$ = P($\overline{A \cap \bar{F}}$) / P($\bar{A}$) = 5/9 ≈0,56 (1BE); Die Wahrscheinlichkeit, dass Kunden, die ein Carbonrad bevorzugen keine Federgabel wollen liegt bei ca. 56%. (1BE)

4.2 P(A) * P(F) = 0,64*0,4 = 0,256 (0,5BE)
P(A ∩ F) = 0,24. (0,5BE) → Ergebnisse sind ungleich, deshalb besteht eine stochastische Abhängigkeit (1BE)

5.1

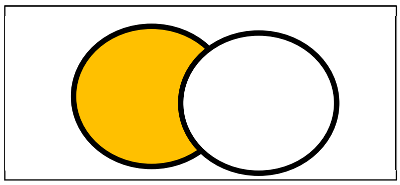


Ω=	{(1,1)	(1,2)	(1,3)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(3,1)	(3,2)	(3,3)}
P({ω_i})	1/36	2/36	3/36	2/36	4/36	6/36	3/36	6/36	9/36

(2 BE)

5.2.1 B={(1,2);(2,1);(2,3);(3,2)}; P(B)=$\frac{2+2+6+6}{36} = \frac{16}{36} = 44{,}44\%$ $(2BE)$

5.2.2 $\boldsymbol{E} = \overline{\boldsymbol{\bar{A}} \cup \boldsymbol{B}} = \boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{\bar{B}}$; Es werden zwei verschiedene Augenzahlen gewürfelt und die Augensumme ist gerade. (1 BE)



Ω